



HAL
open science

Modélisation du comportement thermique transitoire d'un caloduc : application au refroidissement de l'électronique associée à un alerno-démarrreur

Ocho Raymond Sonan

► **To cite this version:**

Ocho Raymond Sonan. Modélisation du comportement thermique transitoire d'un caloduc : application au refroidissement de l'électronique associée à un alerno-démarrreur. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2009. Français. NNT : 2009VALE0003 . tel-03018857

HAL Id: tel-03018857

<https://uphf.hal.science/tel-03018857>

Submitted on 23 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 09/06

Année 2009

Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis

Laboratoire de Mécanique et Energétique de Valenciennes

THESE

présentée pour obtenir

le Grade de Docteur

Spécialité : Mécanique des Fluides et Energétique

MODELISATION DU COMPORTEMENT THERMIQUE TRANSITOIRE D'UN CALODUC : APPLICATION AU REFROIDISSEMENT DE L'ELECTRONIQUE ASSOCIEE A UN ALTERNO-DEMARREUR

par

Raymond SONAN OCHO

Soutenue le jeudi 5 février 2009 devant la commission d'examen :

<u>Rapporteurs</u> :	Yves BERTIN, MCF - HDR Mohamed Chaker ZAGHDOUDI, Professeur	LET, Poitiers INSAT, Tunis
<u>Examineurs</u> :	Bernard BAUDOIN, Professeur Khellil SEFIANE, Professeur Souad HARMAND, Professeur Daniel LEGER, Professeur	Ecole des Mines, Douai School of Engineering and Electronics, University of Edinburgh UVHC - LME, Valenciennes UVHC - LME, Valenciennes
<u>Invité</u> :	Michel FAKES, Ingénieur	Valeo Systèmes Electriques, Créteil

Avant propos

Cette thèse a été effectuée au Laboratoire de Mécanique Energétique de Valenciennes (LME) de l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (UVHC), dans le cadre du projet de recherche CNRT /Futurelec IV « Modélisation avancée du comportement du matériel électrique ». Les travaux ont été cofinancés par la région Nord- pas-de Calais et Valeo Système Electrique (VES). Ce travail de recherche de 3 ans a pour but de développer des modèles numériques devant servir à dimensionner et prédire les performances thermiques et hydrauliques des caloducs.

Je tiens particulièrement à remercier mes deux directeurs de thèse. Le Professeur Souad HARMAND m'a fait confiance et a su orienter mes travaux avec rigueur, patience et efficacité. Je suis particulièrement sensible à ses conseils et suggestions pour la rédaction de ce rapport. M. Daniel LEGER a eu la lourde tâche de m'initier et me faire comprendre la physique des interfaces Liquide-Vapeur, je lui en suis très reconnaissant.

Je remercie sincèrement Messieurs Yves BERTIN et Mohamed Chaker ZAGHDOUDI qui ont spontanément accepté d'expertiser mon travail, Messieurs Bernard BAUDOIN et Khellil SEFIANE pour leurs critiques et suggestions constructives le jour de ma soutenance.

J'exprime mes remerciements à Michel FAKES Ingénieur R&D à Valeo VES pour le suivi constant de ce travail et pour ses conseils avisés.

Je remercie également Julien PELLE Maître de conférences à l'UVHC pour son aide, sa participation indispensable et son soutien dans ce travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à tout le personnel du LME pour leur convivial accueil et la bonne ambiance de travail qui m'a été réservée. Je remercie les techniciens du LME, particulièrement Pierre DUEZ, Marc LIPPERT et Jean-Michel DAILLET pour leurs aides lors de nos investigations expérimentales. Je remercie tout particulièrement Sabine GUILAIN secrétaire du LME pour sa bonne humeur et sa gestion rigoureuse de mon dossier administratif.

Nomenclature

A	aire, section de passage	m^2
A	constante de Hamaker	J
a	distance	m
B_0	nombre de Bond	
C	capacité thermique	$J.K^{-1}$
C_p	chaleur spécifique	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
D	diamètre	m
d	distance, espacement	m
dm	débit masse élémentaire	$kg.s^{-1}$
dt	pas de temps élémentaire	s
dx	abscisse x élémentaire	m
dy	abscisse y élémentaire	m
dz	abscisse z élémentaire,	m
ep	épaisseur	m
g	pesanteur	$m.s^{-2}$
H	hauteur, épaisseur	m
h	coefficient d'échanges	$W.K^{-1}.m^{-2}$
h_{fg}	chaleur latente de changement d'état	$J.kg^{-1}$
K	perméabilité	m^2
K	courbure	m^{-1}
L	longueur, largeur	m
M	masse molaire	$kg.mol^{-1}$
Ma	nombre de Mach	
N	nombre de rainures	
P	puissance thermique	W
p	pression	Pa
Q	flux thermique	W
q	densité de flux thermique	$W.m^{-2}$
R	constante de gaz parfait	$J.mol^{-1}.K^{-1}$
Re	nombre de Reynolds	
R_{th}	résistance thermique	$K.W^{-1}$
r	rayon	m
r_p	rayon de pore	m
S	section, aire	m^2
T	température	K
t	temps	s
u	composante de vitesse selon l'axe x	$m.s^{-1}$
V	norme de la vitesse	$m.s^{-1}$
V	volume	m^3
v	composante de vitesse selon l'axe y	ms^{-1}
x, y, z	cordonnées, abscisses	m

Symboles grecs

Ω	dérivée de l'épaisseur de film mince	
α	débit massique par unité de volume	$kg.s^{-1}.m^{-3}$
γ	rapport de capacité thermique	
δ	épaisseur	m
ε	porosité	
θ	angle	rad
λ	conductivité thermique	$W.K^{-1}.m^{-1}$
μ	viscosité dynamique	$Pa.s$

ξ	angle	<i>rad</i>
ρ	masse volumique	$kg.m^{-3}$
Δp	pertes de charge	<i>Pa</i>
σ	tension superficielle	$N.m^{-1}$
τ	temps caractéristique	<i>s</i>
φ	densité de flux thermique	$W.m^{-2}$

Indices

0	initial, référence
<i>a</i>	milieu ambiant, adiabatique
<i>c</i>	condenseur, capillaire
<i>cd</i>	condenseur
<i>Ei</i>	composants électroniques
<i>e</i>	évaporateur
<i>eff</i>	effectif
<i>eq</i>	équivalent
<i>ev</i>	évaporateur
<i>ext</i>	extérieur
<i>inf</i>	inférieur (e)
<i>l</i>	liquide
<i>max</i>	maximum
<i>s</i>	solide, enveloppe
<i>sat</i>	saturation
<i>sup</i>	supérieur (e)
<i>w</i>	mèche, milieu poreux du caloduc
<i>v</i>	vapeur
<i>x, y, z</i>	suivant les coordonnées <i>x, y</i> et <i>z</i>

Sommaire

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
CHAPITRE 1 : GÉNÉRALITÉS SUR LES CALODUCS.....	1
Introduction.....	19
1.1. Principe de fonctionnement des caloducs.....	19
1.2. Différents types de caloducs.....	21
1.2.1. Les « mini » et « micro » caloducs.....	21
1.2.2. Les caloducs « de taille macroscopique ».....	24
1.2.2.1. Les caloducs « conventionnels ».....	24
1.2.2.2. Les caloducs spéciaux.....	26
1.2.2.2.1. Les caloducs à conductances variables.....	26
1.2.2.2.2. Les caloducs pulsés.....	27
1.2.2.2.3. Les boucles diphasiques.....	28
1.3. Principaux éléments des caloducs « conventionnels ».....	29
1.3.1. Le fluide caloduc.....	29
1.3.2. L’enveloppe métallique.....	31
1.3.3. Le réseau capillaire.....	32
1.4. Les limites de fonctionnement des caloducs « conventionnels ».....	34
1.4.1. Limite visqueuse.....	35
1.4.2. Limite sonique.....	36
1.4.3. Limite d’entraînement.....	37
1.4.4. Limite capillaire.....	37
1.4.5. Limite d’ébullition.....	38
1.5. Bibliographie sur la modélisation des caloducs.....	40
1.5.1. Modèles de dimensionnement.....	40
1.5.1.1. Principe du dimensionnement.....	40
1.5.1.2. Détermination de la capacité maximale de transport.....	41
1.5.1.3. Détermination du rayon optimal de pore d’un milieu poreux.....	45
1.5.1.4. Méthode nodale : modèle de résistance thermique.....	46
1.5.2. Modèles de comportement.....	48
1.5.2.1. Modèles analytiques.....	48
1.5.2.2. Modèles numériques.....	52
Conclusion.....	59
CHAPITRE 2 : MODÈLES DE CALODUC ELABORES.....	1
Introduction.....	61

2.1.	Modèle de dimensionnement de caloduc	62
2.1.1.	Concept du dimensionnement.....	62
2.1.2.	Détermination de la capacité de transport : module de calcul	62
2.1.2.1.	La limite visqueuse Q_{vis}	63
2.1.2.2.	La limite sonique Q_s	64
2.1.2.3.	La limite d'entraînement Q_{ent}	65
2.1.2.4.	La limite d'ébullition Q_b	66
2.1.2.5.	La limite capillaire Q_{cap}	66
2.1.2.5.a.	La pression motrice capillaire $\Delta p_{cap,max}$	67
2.1.2.5.b.	Les pertes de charge dans la phase liquide Δp_l	68
2.1.2.5.c.	Les pertes de charge dans la phase vapeur Δp_v	71
2.2.	Modèle zéro dimension « 0D »	73
2.2.1.	Les fondements du modèle	73
2.2.2.	Mise en équation et résolution	74
2.3.	Modèle « à deux températures »	76
2.3.1.	Principe du modèle à deux températures	76
2.3.2.	Mise en équations	77
2.3.2.1.	Expression des différentes résistances thermiques	77
2.3.2.2.	Expression des capacités thermiques équivalentes	80
2.3.3.	Résolution du système d'équations.....	81
2.3.3.1.	Solution analytique du problème	81
2.3.3.2.	Solution numérique du problème	82
2.4.	Modèle thermique 2D transitoire	84
2.4.1.	Concept du modèle	84
2.4.2.	Formulation mathématique du modèle	84
2.4.3.	Méthode et procédure de résolution.....	88
2.5.	Modèle thermo-hydrodynamique transitoire.....	88
2.5.1.	Principe de la modélisation.....	88
2.5.2.	Formulation mathématique	89
2.5.2.1.	Modèle thermique 3D transitoire de l'enveloppe	90
2.5.2.2.	Modèle hydrodynamique 2D transitoire du liquide.....	92
2.5.2.2.a.	L'équation de conservation de masse	92
2.5.2.2.b.	L'équation de moment dans le liquide.....	93
2.5.2.3.	Modèle hydrodynamique 2D transitoire de la vapeur	94
2.5.2.3.a.	L'équation de conservation de masse dans la vapeur	94
2.5.2.3.b.	L'équation de moment dans la vapeur.....	94
2.5.2.4.	Conditions aux limites du problème hydrodynamique	95

2.6.	Modèle transitoire de la microrégion	97
2.6.1.	Fondements du modèle	97
2.6.2.	Mise en équation du modèle de la microrégion	100
2.6.2.1.	Modélisation de l'écoulement du film liquide.....	100
2.6.2.2.	Formulation des équations du modèle de la microrégion	103
2.6.2.3.	Discussions sur le temps caractéristique d'établissement du film mince	111
	Conclusion	112
	CHAPITRE 3 : RÉSULTATS DES MODÈLES	1
	Introduction	114
3.1.	Résultats et discussions du modèle de dimensionnement	114
3.1.1.	L'algorithme de calcul.....	114
3.1.2.	Comparaison des résultats du modèle à ceux de la bibliographie.....	115
3.1.2.1	Résultats du modèle de Zhu et Vafai [ZhN/1999].....	115
3.1.2.2	Données de publication de Scott [ScD/1996].....	116
3.1.3.	Etude paramétrique	117
3.1.3.1	Sensibilité de la capacité de transport au fluide caloporteur et à la température	118
3.1.3.2	Influence de l'angle d'inclinaison	119
3.1.3.3	Sensibilité à la longueur de la zone adiabatique du caloporteur.....	121
3.1.3.4	Influence des propriétés de la mèche (poudre métallique)	122
3.1.4.	Résultats d'un cas test.....	124
3.1.4.1	Spécification du cas d'étude	124
3.1.4.2	Les limites de fonctionnement.....	125
3.2.	Modèle transitoire « 0 D »	130
3.3.	Modèle transitoire « à deux températures »	132
3.4.	Modèle transitoire thermique 2D	137
3.5.	Modèle transitoire thermo-hydrodynamique.....	141
3.5.1.	Comparaison avec la littérature	141
3.5.2.	Comparaison du modèle thermo-hydrodynamique aux autres modèles élaborés.....	144
3.5.3.	Application au refroidissement de composants électroniques	145
3.6.	Modèle de la microrégion	148
3.6.1.	Influence des conditions initiales : cas de l'eau non polaire ($P_{adh} = -A\delta^{-3}$)	154
3.6.2.	Influence des conditions initiales : cas de l'eau polaire ($P_{adh} = R_g \rho_l T_\delta \ln(a\delta^b)$)	155
	Conclusion	158
	CONCLUSION GENERALE	1
	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	162
	ANNEXES	167

Table des illustrations

Figure 1- 1. Principe de fonctionnement d'un caloduc	20
Figure 1- 2. Vue au microscope électronique d'une section d'un mini caloduc, [RoC/2000]	22
Figure 1- 3. (a) Schéma d'un micro-caloduc, (b) Réseau de micro-caloduc [SaV/1996]	23
Figure 1- 4. Différents type de caloducs «conventionnels», Bricard et al. [BrA/1997]	25
Figure 1- 5. Evolution temporelle de la conductivité thermique équivalente d'un caloduc, [JaL/2005]	26
Figure 1- 6. Schémas du principe de fonctionnement d'un caloduc à conductance variable à gaz incondensable [BrA/1997].....	27
Figure 1- 7. Principe de fonctionnement d'un caloduc pulsé – écoulement du fluide caloporteur [RoC/2000]	28
Figure 1- 8. Schémas de principe d'une boucle diphasique [YuF/2005]	28
Figure 1- 9. Sensibilité de la température (de l'évaporateur) à l'inclinaison d'un LHP, [YuF/2005]...	29
Figure 1- 10 : Facteur de mérite en fonctionnement caloduc pour quelques fluides courants	31
Figure 1- 11. Différents types de structure capillaires, [BrA/1997]	33
Figure 1- 12. Domaine de fonctionnement d'un caloduc	34
Figure 1- 13. Performances limites de caloduc en fonction de la température de fonctionnement, [ScD/1996].....	35
Figure 1- 14. Illustration de la courbure d'interface liquide - vapeur	41
Figure 1- 15. Illustration de l'angle d'inclinaison du caloduc.....	42
Figure 1- 16. Puissance maximale d'un mini caloduc rectangulaire de dimension 2,2x9x150 mm et $L_c/L_a/L_c = 20/70/60$ mm, Maziuk et al. [MaV/2001]	44
Figure 1- 17. Résultats du modèle numérique de Sung et al. [SuJ/2003].....	45
Figure 1- 18. Schémas d'une rainure rectangulaire utilisée dans le modèle de Sung et al. [SuJ/2003]	46
Figure 1- 19. Schémas synoptique du modèle de Zuo et al. [ZJZ/1998].....	47
Figure 1- 20. Géométrie modélisée par <i>Vafai et al.</i> [ZhN/1999], $R_0/R_w/R_v/L=9,55/9,4/8,25/890$ mm.	49
Figure 1- 21. Profils de température (vapeur et surface extérieure du caloduc) et de pression pour une puissance imposée de 455 W et un coefficient d'échange au condenseur de $1800 \text{ W/m}^2\text{K}$, <i>Vafai</i> <i>et al.</i> [ZhN/1999]	50
Figure 1- 22. Diagramme T-S du transport fluide dans le caloduc, formulé par Zuo et al. [ZJZ/1998].....	51
Figure 1- 23. Comparaison des évolutions temporelles de température mesurées et calculées, Zuo et al. [ZJZ/1998].....	51

Table des illustrations

Figure 1- 24. Schéma du caloduc, Jaroslaw et al. [JaL/2005]	53
Figure 1- 25. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux ($P = 4,05 \text{ W}$), Jaroslaw et al. [JaL/2005].....	53
Figure 1- 26. Caractéristiques isothermiques comparées du caloduc et de la barre de cuivre par Xuan et al. [XuY/2004].....	54
Figure 1- 27. Variation en phase transitoire de la température pariétale en fin de section de l'évaporateur, Vadakkan et al. [VaU/2000].....	55
Figure 1- 28. Distribution de température le long du caloduc à différents instants, Sobhan et al. [SoC/2000].....	56
Figure 1- 29. Evolution temporelle du flux thermique au condenseur, Vadakkan et al. [VaU/2004]...	57
Figure 1- 30. Profil de pression du liquide et de la vapeur en fonction de l'espacement entre source froide et chaude, Vadakkan et al. [VaU/2004].	58
Figure 2- 1. Schéma de principe du modèle de dimensionnement	62
Figure 2- 2. Variation de la courbe de saturation, illustration de l'équation 2-2.....	64
Figure 2- 3. Evolution du débit masse vapeur le long du caloduc, montage de 3 composants électroniques par face évaporateur	69
Figure 2- 4. Nombre de Biot du caloduc suivant la température de fonctionnement	74
Figure 2- 5. Schéma du caloduc par le modèle 0D.....	74
Figure 2- 6. Schéma du caloduc représenté par le modèle à deux températures	76
Figure 2- 7. Configuration géométrique du caloduc suivant le modèle thermique 2D transitoire	84
Figure 2- 8. Etablissement du bilan énergétique en considérant un volume élémentaire de condensat proche de l'interface liquide-vapeur, coté évaporateur.....	87
Figure 2- 9. Configuration géométrique typique du caloduc suivant le modèle thermo-hydrodynamique	89
Figure 2- 10. Schéma du caloduc modélisé par le modèle thermo-hydrodynamique	90
Figure 2- 11. Volume de contrôle élémentaire pour l'établissement du bilan de masse liquide.....	92
Figure 2- 12. Conditions aux limites du problème hydrodynamique dans le liquide	96
Figure 2- 13. Conditions aux limites du problème hydrodynamique dans la vapeur	96
Figure 2- 14. Evolution de la densité des phases à l'interface liquide-vapeur	98
Figure 2- 15. Schéma de la microrégion dans le cas d'un caloduc à rainures axiales.....	99
Figure 2- 16. Microrégion dans le cas d'un caloduc en poudre frittée (microbilles sphériques)	99
Figure 2- 17. Schéma de la zone du film liquide proche de l'interface liquide-vapeur	100
Figure 3- 1. Résultats comparées à ceux de Darcy et de Zhu et Vafai [ZhN/1999]	116

Table des illustrations

Figure 3- 2. Comparaison de résultats à la publication de Scott (1996) [ScD/1996]	117
Figure 3- 3 : Puissance maximale du caloduc en fonction de la température et suivant le fluide caloduc, en position verticale (position favorable)	118
Figure 3- 4. Facteur de mérite en fonctionnement capillaire des fluides considérés.....	119
Figure 3- 5. Limite capillaire d'un caloduc Cu/eau en fonction de l'angle d'inclinaison et de la température de fonctionnement	120
Figure 3- 6. Limite capillaire pour différents fluides en fonction de la position du caloduc pour une température de fonctionnement à 140°C.	120
Figure 3- 7. Limite capillaire en fonction de la taille du caloduc.....	121
Figure 3- 8. Perméabilité et rayon de pore en fonction de la porosité d'une mèche en poudre métallique	122
Figure 3- 9. Limites capillaire et ébullition en fonction de la porosité	123
Figure 3- 10. Influence du rapport de la perméabilité au rayon de pore	124
Figure 3- 11. Schéma de base.....	124
Figure 3- 12. Limites de fonctionnement suivant la température.....	125
Figure 3- 13. Domaine de fonctionnement et performances maximales du caloduc.....	126
Figure 3- 14. Débit massique de vapeur le long du caloduc pour la mèche en poudre métallique, avec l'hypothèse que les zones non refroidies et chauffée sont adiabatiques	127
Figure 3- 15. Vitesse de la vapeur pour les différentes limites en fonction de la température, dans le cas de la mèche en poudre métallique	128
Figure 3- 16. Nombre de Mach en fonction de la température de fonctionnement.....	128
Figure 3- 17. Nombre de Reynolds en fonction de la température de fonctionnement.....	129
Figure 3- 18. Influence de la distance entre deux composants, dans le cas la mèche en poudre.....	130
Figure 3- 19. Evolution temporelle de la puissance thermique dissipée à l'évaporateur du caloduc..	131
Figure 3- 20. Réponse en température du caloduc au cours du cycle de « démarrage difficile »	132
Figure 3- 21. Echauffements du caloduc et des dissipateurs.....	132
Figure 3- 22. Evolution temporelle de la température T_e de l'évaporateur	134
Figure 3- 23. Evolution temporelle de la température T_c au condenseur	134
Figure 3- 24. Différence de température évaporateur – condenseur, illustration de l'effet caloduc ...	135
Figure 3- 25. Différence de température évaporateur – condenseur, dans le cas du caloduc.....	135
Figure 3- 26. Résistances thermiques formulées dans le modèle à deux températures	136
Figure 3- 27. Débits d'évaporation et de condensation caractérisés par le modèle à deux températures	136
Figure 3- 28. Confrontation du modèles « 0 D » au modèle « à deux températures »	137
Figure 3- 29. Distribution de température dans la paroi enveloppe et la mèche	138
Figure 3- 30. Evolution axiale de la température le long du caloduc à $t = 3s$	138

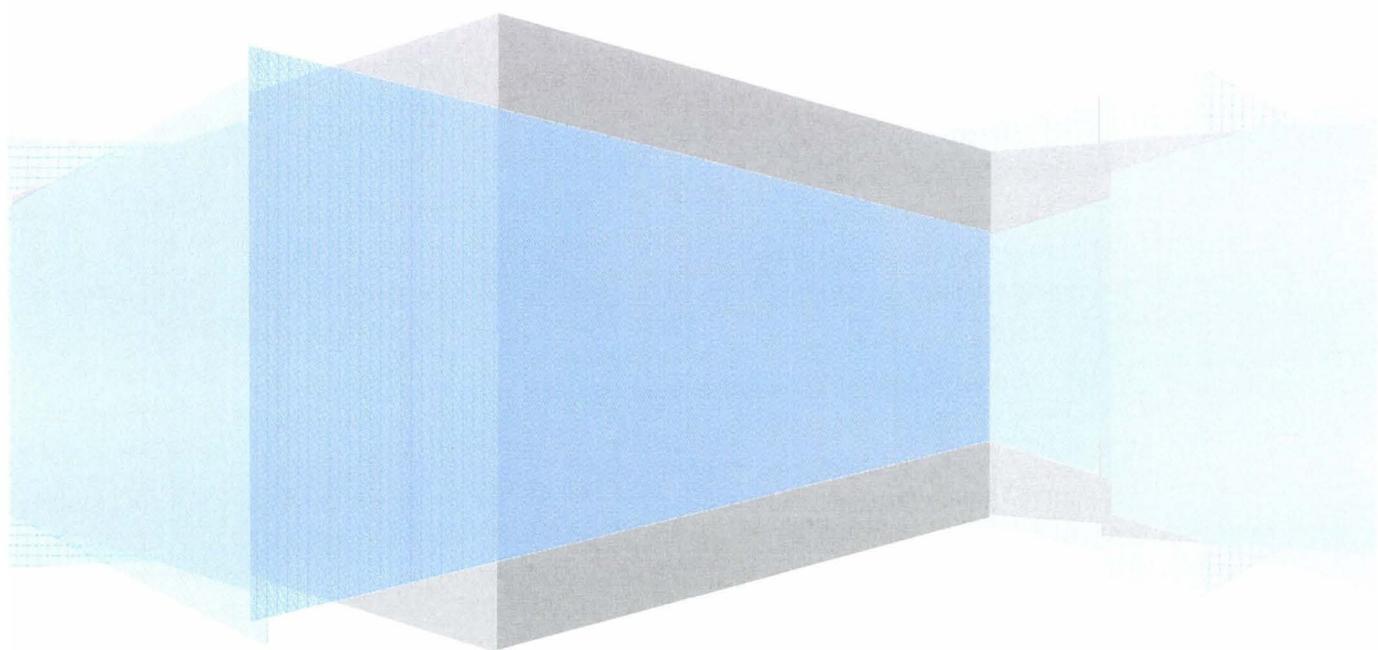
Table des illustrations

Figure 3- 31. Evolution temporelle de la température maximale à l'évaporateur et au condenseur ...	139
Figure 3- 32. Comparaison des réponses du caloduc et du barreau plein équivalent	140
Figure 3- 33. Evolution temporelle des débits d'évaporation et de condensation.....	140
Figure 3- 34. Comparaison du modèle « 2D thermique » aux deux autres modèles	141
Figure 3- 35. Schéma du caloduc plat dans les plans (z, x) et (y, x), [LeF/2006]	142
Figure 3- 36. Pression de la vapeur (Pa), résultat du modèle (a) et (b) résultat de Lefèvre et al.[LeF/2006]	142
Figure 3- 37. Vitesse du liquide (m/s), résultat du modèle (a) et (b) résultat analytique de Lefèvre et al.[LeF/2006]	143
Figure 3- 38. Différence de température ($T_s - T_{sat}$) (K), résultat du modèle (a) et (b) résultat analytique de Lefèvre [LeF/2006]	143
Figure 3- 40. Maillage à pas variable utilisé pour le calcul pour la comparaison des modèles, chaque petit rectangle caractérise le pas de maillage	144
Figure 3- 39. T_{sat} (°C) déterminée par notre modèle	144
Figure 3- 41. Comparaison des différents modèles basée sur la réponse du caloduc considéré	145
Figure 3- 42. Configuration géométrique étudiée – répartition des sources sur la paroi du caloduc ..	146
Figure 3- 43. Profil de puissance thermique dissipée par composant durant le cycle de démarrage ..	146
Figure 3- 44. Comparaison de la réponse en température (T_{max}) du caloduc et celle d'une plaque.....	147
Figure 3- 45. Température de la paroi du caloduc où sont posés les composants, $t = 3s$	147
Figure 3- 46. Vitesse (m/s) du liquide à $t=3s$	147
Figure 3- 47. Champ de vitesse (m/s) de la vapeur à $t=3s$	147
Figure 3- 48 : Pression (Pa) du liquide à $t=3s$	148
Figure 3- 49 : Distribution de pression (Pa) de la vapeur à $t=3s$	148
Figure 3- 50. Evolution du film liquide et de la courbure de l'interface liquide-vapeur, $x = x/x_{max}$, x_{max} $= 1.8872e-007 m$	150
Figure 3- 51. Evolution de la courbure de l'interface et de la pression capillaire P_c ($P_c = p_v - p_l$), $x =$ x/x_{max} , $x_{max} = 1.8872e-007 m$	150
Figure 3- 52. Flux d'évaporation suivant l'abscisse curviligne, $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007 m$..	151
Figure 3- 53. Evolution du coefficient d'échange équivalent le long de l'axe normalisée x , $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007 m$	152
Figure 3- 54. Evolution du coefficient d'échange et celle de l'épaisseur, $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007$ m	152
Figure 3- 55. Évolution de la température d'interface et du coefficient d'échange le long de l'abscisse x , $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007 m$	153
Figure 3- 56. Evolution de la pression capillaire et de la température de l'interface, $x = x/x_{max}$, $x_{max} =$ $1.8872e-007 m$	153

Table des illustrations |

Figure 3- 57. Sensibilité de l'épaisseur du film liquide et de la courbure de l'interface liquide-vapeur à la valeur de la condition aux limites Ω_0	154
Figure 3- 58. Influence de Ω_0 sur la distribution de la pression capillaire et de la température d'interface liquide-vapeur.....	154
Figure 3- 59. Sensibilité du flux d'évaporation et du coefficient d'échange équivalent à la condition aux limites Ω_0	155
Figure 3- 61. Influence de Ω_0 sur l'évolution de l'épaisseur du film liquide	156
Figure 3- 60. Evolutions atypiques de l'épaisseur et de la température d'interface pour les conditions aux limites $\delta_0 = 0, \Omega_0 = 0$	156
Figure 3- 62. Sensibilité de la courbure et de la pression capillaire à la valeur de la dérivée Ω_0	157
Figure 3- 63. Evolution de la température d'interface et du flux d'évaporation en fonction de la valeur de Ω_0	157
Figure 3- 64. Allure du coefficient de transfert en fonction de la valeur de Ω_0	157
Figure 4- 1. Version de base du dispositif expérimental	161
Tableau 1- 1. Comparaison qualitative des performances de principaux réseaux capillaires, [KaL/2007] et [RoC/2000],	33

INTRODUCTION GENERALE



Introduction générale

Face aux enjeux énergétiques et environnementaux actuels, le développement et la démocratisation de nouveaux systèmes à la fois performants et respectueux de l'environnement sont devenus aujourd'hui une problématique majeure dans le monde industriel et celui de l'automobile en particulier. Dans ce secteur où de nombreux travaux de recherche et d'innovation sont mis en œuvre, la fonction automobile vise désormais à être aussi utile qu'écologique. Il s'agit de privilégier les solutions simples, respectueuses de l'environnement, économiques et garantissant une mise en application de série rapide. Le groupe Valeo, équipementier automobile, imprime cette marche en faveur de l'éco-écologie en fabricant de nouveaux produits innovants tel l'alternateur réversible « StARS ». Cette solution vise à réduire la pollution (sonore et atmosphérique) dans les villes, améliorer le confort de conduite et réduire la consommation du véhicule.

L'alternateur StARS intègre les fonctions de démarrage du moteur à celles de l'alternateur en une seule unité et permet la suppression du démarreur conventionnel. L'adjonction d'un boîtier électronique spécifique permet à l'alternateur de remplir une nouvelle fonction : celle de démarreur. Le principe repose sur la capacité du système à arrêter et à redémarrer (Stop & Start) le moteur instantanément et silencieusement. Cette technologie permet ainsi de ne pas polluer lorsque le véhicule est arrêté par exemple au feu rouge ou au stop. La réduction de la consommation et des émissions de CO₂ est de 6 à 12 % [\[Int 1\]](#). Les composants électroniques (MOSFET) constituant le boîtier électronique représentent le poste redresseur de l'alternateur car ils assurent la conversion du courant. En effet, en mode onduleur ou démarrage ces composants permettent de transformer le courant continu de la batterie en courant triphasé pour alimenter l'alternateur, devenu effectivement démarreur. En mode redresseur ou alternateur, ce module permet la conversion du courant alternatif en continu à bord du véhicule. Même si les stratégies d'injection moteur développées pour le Stop & Start permettant d'obtenir des mises en route instantanées (400 millisecondes, soit 2 fois plus rapidement qu'un démarreur conventionnel), le module électronique est soumis pendant ces phases à de très fortes contraintes thermiques favorisant l'apparition de points chauds susceptibles de dégrader leurs performances. La gestion thermique de l'électronique est une composante importante du système, sur laquelle travaille toujours Valeo afin de maintenir la température de chaque élément à sa température nominale de fonctionnement.

Le contrôle thermique des équipements électroniques de l'alternateur peut être mené à deux niveaux essentiels, directement dans le composant (réduction des pertes), ou au niveau du système complet (calories du composant évacuées vers un puits thermique). C'est à ce deuxième niveau que s'inscrit cette thèse initiée par Valeo Systèmes Electriques et le Laboratoire de mécanique Energétique de Valenciennes. Du fait des hauts débits de courant générés par la machine (jusqu'à 180 A en mode alternateur), les sollicitations répétées des composants se traduisent par une dissipation thermique très importante (jusqu'à 400 W/cm²) pouvant augmenter la température des composants électroniques au delà de la valeur seuil 175°C.

L'évacuation de ces importantes quantités de chaleur dissipées par les composants, est un problème crucial face auquel les classiques dissipateurs métalliques sont une réponse insuffisante en raison des temps de réponse plus longs et des niveaux de températures trop importants. Il est donc essentiel de développer des systèmes de refroidissement aux performances compatibles avec les puissances à dissiper en vue d'optimiser la fiabilité et la durée de vie des composants, et donc optimiser les performances de l'alternateur. Connu pour son efficacité et sa grande capacité de transport de chaleur, le caloduc est une technologie éprouvée et remise au goût du jour dans de nombreuses applications liées aux domaines informatique, spatial, télécommunication. L'essor des caloducs dans le secteur informatique suscite de plus en plus l'attention des spécialistes de la gestion thermique et son application effective dans l'automobile est plus que toujours d'actualité ; objet de cette thèse.

Système totalement passif, le caloduc est un tube métallique renfermant un fluide dont la phase liquide est en équilibre avec sa phase vapeur. Il peut être utilisé soit comme un moyen efficace pour homogénéiser la température de plusieurs sources chaudes, fonction spreader, soit comme un drain thermique entre une source chaude et une source froide. Il présente de nombreux atouts : très faible temps de réponse, compacité, silence en fonctionnement, conductivité thermique exceptionnelle (la chaleur mise en jeu est la chaleur latente). L'objectif premier de la présente étude est de développer, au travers des investigations théorique et expérimentale, des outils de dimensionnement, de prévision et d'analyse des performances d'un caloduc utilisé pour le refroidissement de l'électronique associée à l'alternateur. Les actions mises en œuvre pour conduire cette étude peuvent se résumer en trois grandes parties.

Le premier chapitre du rapport présente une synthèse bibliographique permettant une meilleure compréhension des mécanismes de transport dans les caloducs et de décrire les

différents phénomènes physiques rencontrés lors de leur modélisation. Une analyse des travaux antérieurs publiés dans la littérature permet de décrire les modèles théoriques et expérimentaux existant.

Le second chapitre décrit les différents modèles développés pour étudier et prévoir les performances du caloduc soumis à la charge thermique dissipée par l'électronique d'un alerno-démarreur. Le fonctionnement de l'alerno-démarreur couvrant deux modes réversibles (alternateur- démarreur), nous avons mis en œuvre deux stratégies de modélisation. Le premier type de modèle sert à caractériser le fonctionnement du caloduc en régime permanent (alternateur). Il permet d'estimer les performances globales du caloduc et ses limites de fonctionnement en fonction des paramètres de dimensionnement du caloduc : il constitue un outil de dimensionnement. Pour l'analyse de la réponse transitoire (cycle de démarrage), une deuxième série de modèle a été développé.

Le troisième chapitre récapitule les résultats de simulation à partir des différents modèles élaborés. La réponse du caloduc, en configuration typique de refroidissement de l'électronique alerno-démarreur, est déterminée et comparée à la réponse d'un dissipateur classique.

CHAPITRE 1 :
GENERALITES SUR
LES CALODUCS

Introduction

Au fur et à mesure de la diffusion des solutions technologiques utilisant le principe de fonctionnement du « caloduc », le caloduc se retrouve davantage dans de nombreuses applications industrielles. Anciennement appelé « *tube de Perkins* », du nom du premier inventeur Jacob Perkins (1836), le caloduc est une solution diphasique intéressante pour faire de la gestion thermique. Même si le principe de fonctionnement du caloduc est en apparence simple, il apparaît au fond une grande complexité des mécanismes physiques mis en jeu. Ces phénomènes physiques permettent en effet de distinguer différents types de caloducs. Comme tout système, un caloduc est sujet aux limites de fonctionnement déterminées essentiellement par les conditions d'utilisation et, dans une moindre mesure, par les mécanismes internes inhérents au fonctionnement.

1.1. Principe de fonctionnement des caloducs

Connu depuis le XIX^{ème} siècle, mais réellement mis en œuvre depuis les années 1960, le principe des caloducs repose sur le transport de chaleur par changements de phase d'un fluide caloporteur en état de saturation liquide-vapeur. Ces transformations s'effectuent suivant un cycle thermodynamique en boucle fermée. La chaleur est prélevée à une source chaude, évaporateur, par évaporation du liquide et restituée à une source froide, condenseur, par condensation de la vapeur. Ces transferts thermiques entre la zone évaporateur et la zone condenseur sont directement proportionnels à la chaleur latente de changement de phase du fluide caloduc. La section de liaison entre l'évaporateur et le condenseur est conventionnellement appelée zone adiabatique ou section de transport. La Figure 1- 1 illustre précisément le principe de fonctionnement du caloduc. Les avantages essentiels des caloducs sont sa très grande conductivité thermique, et surtout l'absence de systèmes mécaniques de pompage du fluide aussi bien à l'état vapeur que liquide.

Le principe caloduc permet donc d'évacuer le flux de chaleur généré par le composant électronique par évaporation du liquide présent dans la structure capillaire, coté évaporateur. Il s'en suit un transfert de masse du milieu poreux au canal vapeur. Cet apport de masse contribue alors à une augmentation de la pression dans la phase vapeur, créant ainsi une différence de pression entre l'évaporateur et le condenseur où la pression est plus faible. Ce

gradient de pression entraîne ainsi l'écoulement de la vapeur vers la zone refroidie où la vapeur en se condensant restitue la chaleur latente de vaporisation. Le condensat est ré-circulé vers l'évaporateur sous l'effet de forces motrices qui peuvent être soit des forces capillaires, cas de caloduc à pompage capillaire, soit des forces volumiques (champ d'accélération, pesanteur...).

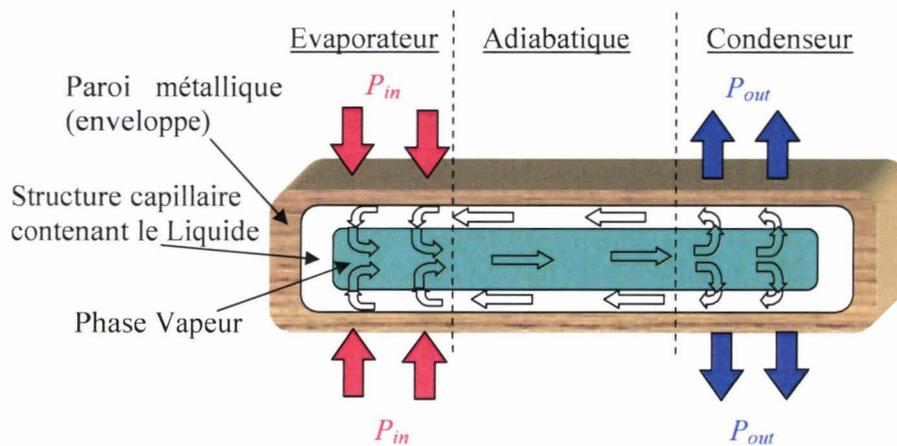


Figure 1- 1. Principe de fonctionnement d'un caloduc

Dans le cas de caloduc à pompage capillaire, la paroi interne du caloduc est recouverte par une structure capillaire, généralement assimilée à un milieu poreux, qui assure le retour du liquide entre la zone de condensation et la zone d'évaporation. Les caractéristiques physiques et le type de la structure influent directement sur les performances du caloduc car la capacité de transport dépend globalement de la pression capillaire développée par la structure capillaire, dans le cas d'absence d'autres forces motrices. La structure poreuse, de géométrie plus ou moins complexe, améliore aussi les échanges thermiques entre le fluide la paroi du caloduc et permet une stabilisation de l'interface liquide-vapeur. Les structures les plus courantes sont à : rainures, milieu poreux fritté, toiles. Lorsque le caloduc est dans une position favorable à la pesanteur (condenseur au dessus de l'évaporateur), celle-ci aide notablement au retour du liquide. Les caloducs ne comportant pas de réseau capillaire sont dits « thermosiphons » ou « caloducs à tube lisse ». Leurs performances sont bien évidemment inférieures à celles de caloducs à pompage capillaire. Les thermosiphons ne feront pas l'objet de la présente étude car peu fiable a priori pour des applications automobiles où la position du système de refroidissement est fortement variable.

Derrière l'appellation commune de caloduc se cache une physique complexe qui est liée au couplage même des différentes composantes du caloduc. Etant donné la complexité

des mécanismes de transfert mis en jeu, les caloducs peuvent se distinguer suivant plusieurs critères qui ne sont pas toujours indéniables. Dans la suite, nous établissons une classification des caloducs en grandes familles afin d'apporter plus d'éclaircissement sur le fonctionnement spécifique à chaque type de caloduc.

1.2. Différents types de caloducs

Les caloducs peuvent se distinguer suivant plusieurs critères étant donnée la complexité des phénomènes mis en jeu. Ce peut être la taille et/ou la forme, la nature du phénomène assurant le retour du condensat (forces centrifuges, forces capillaires...), les caractéristiques des écoulements liquide et vapeur. Nous distinguons ici deux principaux types de classement. Le premier classement est établi sur la taille de la section d'écoulement car elle influence fortement les interactions entre les écoulements fluides et les phénomènes de changement de phase [RoC/2000]. Sur cette base, on distingue alors les caloducs de taille microscopique et ceux de taille macroscopique. Le second classement s'attache aux caractéristiques spécifiques des caloducs de taille macroscopique en différenciant les caloducs standards des caloducs spéciaux (boucles diphasiques et caloducs à conductance variable).

1.2.1. Les « mini » et « micro » caloducs

L'augmentation des puissances de calcul, la diminution du volume et du poids des systèmes électroniques, et l'électronisation progressive de toutes les fonctions conduisent au confinement des matériels électroniques dissipant des puissances relativement faibles mais avec une densité de flux très importante. Les « mini » et « micro » caloducs ont alors été développés pour répondre aux exigences de miniaturisation des systèmes dans l'électronique et la micro-électronique. Leurs sections sont de l'ordre de quelques millimètres et des longueurs inférieures à 30 centimètres, [RoC/2000].

Les mini-caloducs se distinguent par la faible section de leurs canaux vapeur et liquide, de l'ordre de 2 à 3 mm (Figure 1- 2). Le pompage capillaire est assuré par une structure capillaire. La faible taille de ce type de caloduc nécessite de les munir de réseau capillaire pour obtenir des performances intéressantes. Les mini-caloducs sont largement utilisés pour le refroidissement de composants électroniques avec des capacités de dissipation

importantes. Dans la littérature, ce type de caloduc a fait l'objet de nombreux travaux de recherches, du fait de son efficacité pour le refroidissement de l'électronique.

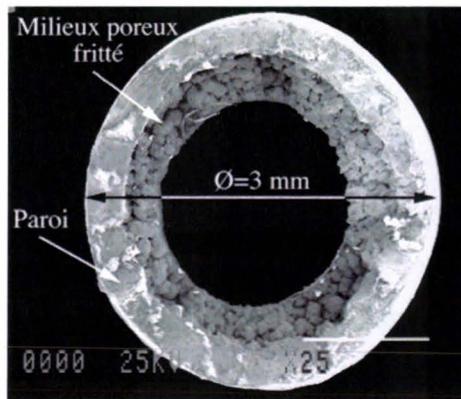


Figure 1- 2. Vue au microscope électronique d'une section d'un mini caloduc, [RoC/2000]

Lin et al. [LiL/2002] ont développé des mini-caloducs (Cu/eau) performants pour le refroidissement de composants électroniques à hauts flux thermiques dissipés. Les caloducs sont munis de deux types de structure capillaire à base de rainures axiale et radiale. La combinaison des rainures longitudinale et radiale ont permis d'obtenir des performances thermiques très intéressantes : 283 W/cm^2 pour une température (mesurée) de l'évaporateur de $170,4^\circ\text{C}$ et de vapeur de 100°C . La section de chauffage est $0,774 \text{ cm}^2$. La longueur du caloduc est 108 mm, sa largeur 12,7 mm et sa hauteur (épaisseur) 6,35 mm. En 1991, D. Plesch et al. (cité dans [LiL/2002]) publient les résultats de deux types de mini caloducs de largeur 7 mm, d'épaisseur 2 mm et de longueur 120 mm. Les meilleures performances sont obtenues pour le caloduc à rainures longitudinales avec une densité maximale de 35 W/cm^2 et une différence de température, entre l'évaporateur et le condenseur de 35°C en position horizontale. Cao et al. (cité dans X. Rolland [RoX/2004]) ont testé deux mini-caloducs de 7 mm de largeur, 2 mm d'épaisseur et 80 mm de longueur. Ils sont à rainures radiales ou longitudinales. Les auteurs obtiennent une densité maximale de $20,6 \text{ W/cm}^2$ dans le cas des rainures longitudinales qui offrent la meilleure performance.

En appliquant le principe de caloduc, à une petite échelle, Cotter [CoT/1984] a posé en 1984 la définition des micro-caloducs. La taille caractéristique d'un micro-caloduc est de 10 à $100 \mu\text{m}$. La section de passage du fluide comporte des coins qui jouent le rôle de structure capillaire (Figure 1- 3). Selon Cotter [CoT/1984], le rayon hydraulique de la section de passage du fluide doit être supérieur au rayon de courbure moyen de l'interface liquide-vapeur. C'est ce rayon de courbure qui détermine le gradient de pression permettant le

pompage capillaire. Cette définition étant fondée essentiellement sur les caractéristiques géométriques du micro-caloduc, Chen et al [ChH/1992] ont proposé une autre définition qui prend en compte la géométrie et les caractéristiques physiques de l'écoulement fluide, au travers du nombre de Bond, B_0 , par le rapport de la gravité à la force de tension superficielle du fluide :

$$B_0 = \sqrt{\frac{(\rho_l - \rho_v)gL^2}{\sigma}} \quad \text{Eq.1- 1}$$

Où L représente la longueur effective du caloduc.

Selon ces auteurs, un micro-caloduc est un caloduc défini par un nombre de Bond inférieur ou égal à 2.

Ces différentes caractérisations des micro-caloducs mettent en relief la complexité de la physique des micro-caloducs et la particularité de leur modélisation [RoC/2000], [PaG/2004]. Pour obtenir des performances intéressantes dans le refroidissement de composants électroniques, les micro-caloducs sont agencés en réseaux de micro-caloducs, réalisées d'une manière qui soit compatible avec la technologie des composants électroniques, [PaG/2004].

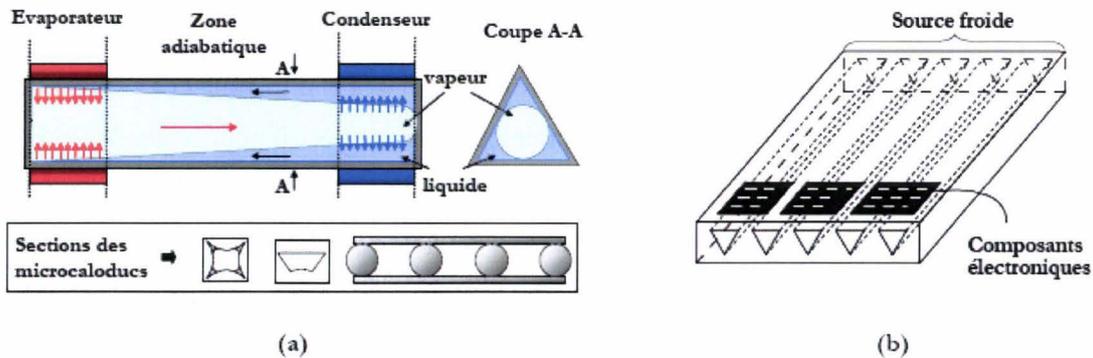


Figure 1- 3. (a) Schéma d'un micro-caloduc, (b) Réseau de micro-caloduc [SaV/1996]

Des synthèses bibliographiques (Groll et al. [GrM/1998], Sartre et Lallemand [SaV/1996], Zaghdoudi et al. [ZaM/1997]) ont recensé d'une part les principales technologies de micro-caloducs utilisées pour la gestion thermique des composants électroniques et d'autre part, les différentes approches de modélisation des micro-caloducs en comparant les différentes formes de sections envisagées dans la littérature.

1.2.2. Les caloducs « de taille macroscopique »

Les caloducs ont des diamètres de l'ordre du centimètre au décimètre pour des longueurs allant de quelques centimètres à plusieurs mètres. Ce type de caloduc peut comporter des structures capillaires qui assurent la circulation du fluide pour les applications spatiales [RoC/2000] ou qui sont uniquement présentes pour améliorer les coefficients de transfert. Sur la base des spécificités de fonctionnement, nous distinguons deux types de caloducs de taille macroscopique, dénommés « caloducs conventionnels » et « caloducs spéciaux ».

1.2.2.1. Les caloducs « conventionnels »

En 1998, Groll et al. [GrM/1998] ont indiqué, dans leur synthèse bibliographique, que les caloducs conventionnels sont de géométrie cylindrique, plate ou flexible, munis d'une structure capillaire à base de milieu poreux et/ou de rainures (Figure 1- 4). Les dimensions varient de quelques cm à plusieurs dizaines de cm avec un diamètre équivalent allant de quelques mm au cm. Dans la littérature, la majorité des travaux portent sur ce type de caloducs dont la modélisation semble bien connue et les travaux de recherches portent essentiellement sur l'amélioration de la précision des modélisations. Les capacités de transport sont globalement intéressantes.

Zhu et Vafai [ZhN/1999] ont proposé une solution analytique de l'écoulement fluide d'un caloduc cylindrique (Cuivre/eau), en régime permanent. La longueur du caloduc est de 89 cm, répartie en 60 cm pour l'évaporateur et 20 pour le condenseur avec un rayon extérieur de 9,55 mm. La chaleur dissipée à l'évaporateur est de 455 W lorsque le condenseur est refroidi par un échangeur à eau avec une température d'entrée d'eau de 21,3°C et un coefficient d'échange équivalent à 1 800 W/m²K.

Pour simuler les performances transitoires des caloducs, Vadakkan et al. [VaU/2003] modélisent un caloduc plat (Cu/eau) d'une longueur totale de 58 mm et 2,8 mm d'épaisseur, avec une puissance de transport comprise entre 10 (11,198 W/m²) et 35 W. Le condenseur est refroidi par un échangeur à eau à 13,8°C avec un coefficient d'échange de 2 604 W/K m².

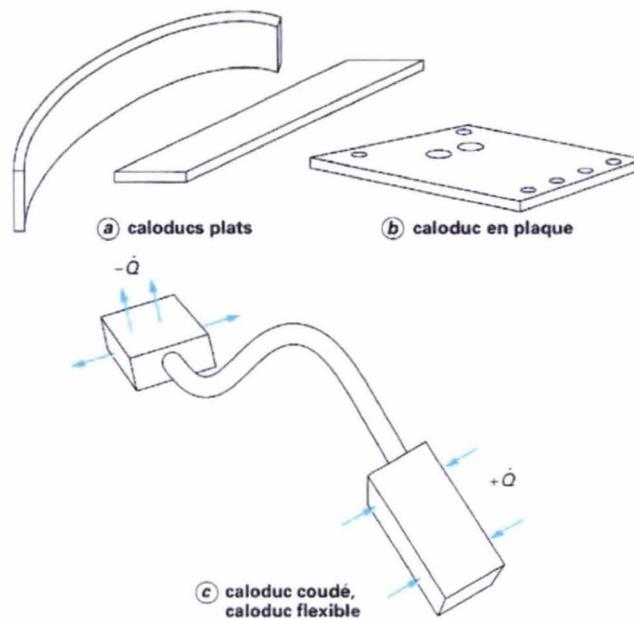


Figure 1- 4. Différents type de caloducs «conventionnels », Bricard et al. [BrA/1997]

En 2005, Legierski et al. [JaL/2005] ont mené une étude expérimentale pour évaluer la conductivité thermique équivalente, en régime transitoire, d'un caloduc de longueur 200 mm, de diamètre 4 mm. Les longueurs du condenseur et de l'évaporateur sont de 25 mm. La puissance dissipée est de 4 W. Le dispositif expérimental est assez simple. Le caloduc sert à transférer la chaleur d'un réservoir d'eau chaude (21 ml) vers un bassin d'eau froide (250 ml). Les auteurs caractérisent la conductivité équivalente du caloduc par :

$$\lambda = \varphi \frac{L_{eff}}{T_e - T_c}; L_{eff} = \frac{1}{2} L_e + L_a + \frac{1}{2} L_c \quad \text{Eq.1- 2}$$

La conductivité équivalente obtenue dépend du temps (Figure 1- 5) et est comprise entre 15000 et 30000 W/K m, soit environ 40 à 80 fois la conductivité du cuivre. La durée du régime transitoire est d'environ 30 s.

D'autres types de caloducs dérivant des caloducs classiques décrits précédemment ou reposant sur des principes légèrement différents ont déjà été expérimentés. Nous présentons ci-après quelques uns et leur principe.

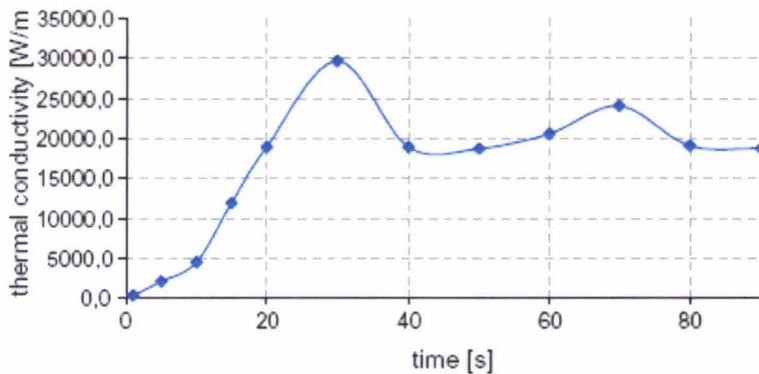


Figure 1- 5. Evolution temporelle de la conductivité thermique équivalente d'un caloduc, [JaL/2005]

1.2.2.2. Les caloducs spéciaux

Dans cette catégorie, nous classons les systèmes et technologies qui fonctionnent sur le principe du caloduc mais avec des paramètres fonctionnels spécifiques. On décrit essentiellement ici : les caloducs à conductance variable, les caloducs pulsés et les boucles diphasiques.

1.2.2.2.1. Les caloducs à conductances variables

Lorsqu'un caloduc « conventionnel » fonctionne, sa conductance thermique est très grande. Par contre, si pour une raison quelconque la circulation du fluide interne est interrompue, le caloduc ne transmet plus la chaleur que par conduction et sa conductance se dégrade. Il est possible d'utiliser ce phénomène en bloquant ou en débloquent la circulation du liquide ou la circulation de la vapeur à l'aide d'un dispositif interne commandé de l'extérieur du caloduc, [BrA/1997]. On obtient ainsi un interrupteur thermique dont la conductance peut varier de manière continue et progressive, tel le cas des caloducs à conductance variable à gaz incondensable (Figure 1- 6). Pour ces caloducs, la régulation de la circulation du fluide consiste en un réservoir de gaz incondensable dont la pression interne est maintenue à une valeur constante.

La vapeur repousse le gaz incondensable vers le réservoir, Figure 1- 6, en créant ainsi une interface vapeur-gaz qui subdivise le condenseur en deux zones : active (zone occupée par la vapeur) et passive (zone remplie de gaz). Dans la zone active, les transferts thermiques et massiques s'effectuent comme dans un caloduc classique, à savoir condensation de vapeur puis échange de chaleur vers l'extérieur. Alors que dans la zone passive, il n'y a pas

d'échanges thermiques car la température du gaz est maintenue égale (proche) à celle du milieu extérieur.

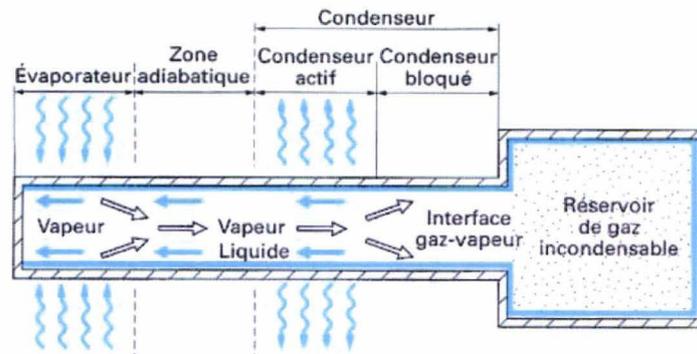


Figure 1- 6. Schémas du principe de fonctionnement d'un caloduc à conductance variable à gaz incondensable [BrA/1997]

Lorsque la charge imposée au caloduc augmente, il s'ensuit un déploiement de la zone active et par conséquent une augmentation de la conductance globale du caloduc. À l'inverse, quand la charge diminue ; la longueur de la zone active se rétrécit, se traduisant par une diminution de la conductance du caloduc. Dans tous les cas, la température de la vapeur reste invariable du fait de la régulation de la pression du réservoir. Ainsi on obtient un lien de proportionnalité directe entre la conductance du caloduc et la puissance thermique à évacuer.

Avec ce système, les performances du caloduc s'adaptent automatiquement à la charge imposée en conservant une température constante. Ce peut être une solution alternative à la problématique abordée dans cette thèse. Toutefois, cette technologie est plus coûteuse et paraît peu fiable pour son application dans l'automobile.

1.2.2.2. Les caloducs pulsés

De technologie récente le principe de fonctionnement repose sur l'écoulement de liquide et de vapeur sous forme de bouchons dans un tube capillaire (diamètre de l'ordre du mm), constituant plusieurs boucles continues entre une source froide et une source chaude, Figure 1- 7. La chaleur est transférée par les oscillations du fluide selon la direction axiale. Ces oscillations sont générées par les rapides fluctuations de pression dues à la génération de bulles de vapeur dans la zone d'évaporation et à leur disparition dans la zone de condensation, [BrA/1997].

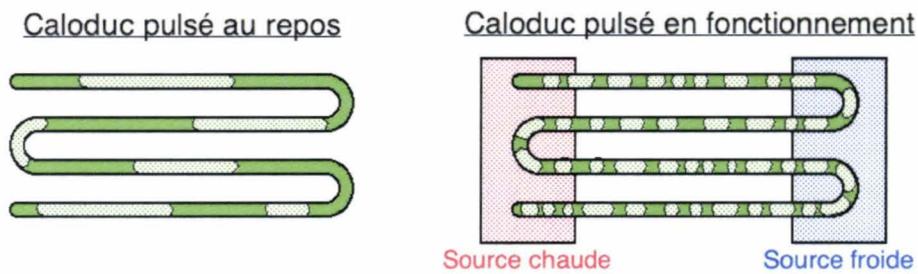


Figure 1- 7. Principe de fonctionnement d'un caloduc pulsé – écoulement du fluide caloporteur [RoC/2000]

Malgré leur développement dans quelques applications industrielles et les travaux de recherche menés sur ces caloducs, l'explication physique complète et la compréhension du fonctionnement sont jusqu'à ce jour très controversées, [AkH/1994].

1.2.2.3. Les boucles diphasiques

Utilisée principalement pour les applications spatiales, la boucle à pompage capillaire (Loop Heat Pipe, LHP) fonctionne sur le même principe que les caloducs à la différence qu'ici les phases vapeur et liquide sont séparées (Figure 1- 8). L'avantage de cette technologie est de réduire les pertes de charge dans l'écoulement liquide et de supprimer les problèmes liés à l'écoulement à contre courant des phases liquide et vapeur.

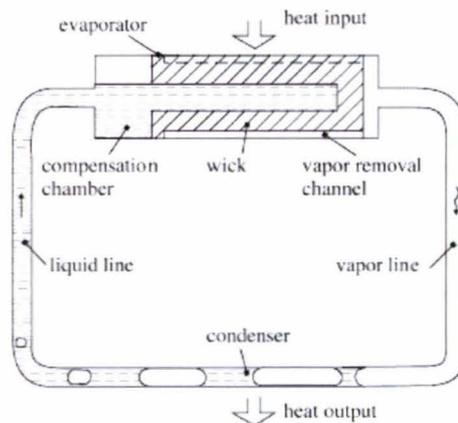


Figure 1- 8. Schémas de principe d'une boucle diphasique [YuF/2005]

La séparation des écoulements conduit à des capacités de transport supérieures (puissance transférable par unité de longueur) aux caloducs usuels. La capacité de transport des boucles diphasiques est de l'ordre de 50 000 W.m sans dis que pour les caloducs conventionnels, elle est d'environ 1500 W.m, [RoC/2000]. Ce type de caloduc présente aussi l'avantage de conserver ses performances quelque soit l'angle d'inclinaison, contrairement aux caloducs usuels, Figure 1- 9.

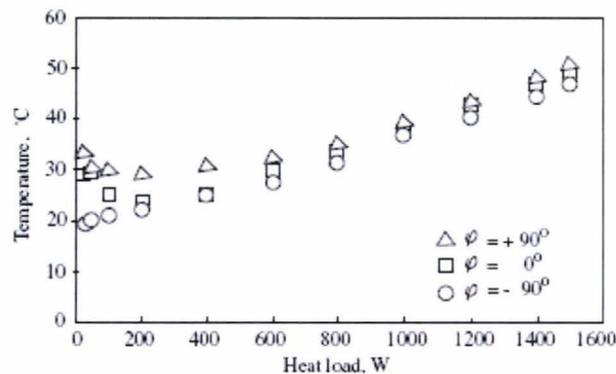


Figure 1- 9. Sensibilité de la température (de l'évaporateur) à l'inclinaison d'un LHP, [YuF/2005]

1.3. Principaux éléments des caloducs « conventionnels »

Nous présentons dans ce paragraphe, les composantes essentielles des caloducs. Le terme « caloducs » désigne ici le groupe de caloducs dit « conventionnels », selon le classement élaboré ci-avant. Un caloduc se compose typiquement de trois éléments, à savoir le fluide caloduc, la structure capillaire, et le tube métallique ou enveloppe.

1.3.1. Le fluide caloduc

Le choix du fluide caloduc est une étape majeure dans le dimensionnement d'un caloduc. Ce choix est intimement lié à la plage de température de travail du caloduc et au niveau des performances souhaitées. Dans le principe des caloducs, on admet généralement que la vapeur est toujours saturante et par conséquent sa pression dépend essentiellement de sa température. La pression de vapeur saturante du fluide caloduc ne doit pas être ni trop faible (atteinte de la limite sonique) ni trop élevée (rupture de l'enveloppe métallique). Typiquement, le fluide est choisi de sorte que sa pression de vapeur saturante à la température minimale de fonctionnement, soit au moins de 0,05 à 0,1 bar et n'excède pas à température maximale 20 à 40 bar, [FaA/1994]. En phase de dimensionnement, le coût du fluide et celui de sa mise en œuvre sont un critère important à prendre en compte pour affiner le choix du fluide en fonction des performances thermiques retenues. Le tableau de l'Annexe 1- 1 présente des fluides caloducs couramment utilisés, leur domaine de température, leur coût de mise en œuvre ainsi que leurs performances.

La comparaison des performances de divers fluides caloporteurs peut être faite sur la base d'un nombre adimensionnel communément appelé « facteur de mérite », même si ces fluides ne travaillent pas à la même température. Ce nombre caractérise les propriétés

thermophysiques du fluide. Il est tel que plus sa valeur (à température donnée) est importante et meilleures sont les performances du fluide [FaA/1994]. Le facteur de mérite est défini suivant le type de pompage mis en jeu dans le caloduc. Pour un caloduc à pompage capillaire (le retour du condensat est assuré par le liquide), le facteur de mérite du fluide caloduc est donné par :

$$M_c = \frac{\rho_l \sigma h_{fg}}{\mu_l} \quad \text{Eq.1-3}$$

La Figure 1- 10 présente le facteur de mérite en fonctionnement caloduc pour quelques fluides courants et leur domaines de fonctionnement. Le mercure possède le facteur de mérite le plus élevé mais compte tenu de son coût de mis en œuvre élevé, on lui préfère l'eau qui offre un meilleur compromis coût / performances.

Le choix du fluide est aussi déterminé par le couplage des propriétés thermophysiques du fluide et d'autres critères, à savoir :

- les performances thermiques du fluide : chaleur latente, conductivité thermique et tension superficielle élevées.
- la compatibilité du fluide avec les autres constituants du caloduc : compatibilité avec le matériau de l'enveloppe, mouillabilité avec la structure capillaire.

L'eau est le fluide largement utilisé dans les caloducs car sa pression de vapeur saturante est plus faible que celle des autres fluides, ce qui évite des problèmes de résistance mécanique de l'enveloppe. L'eau possède également une tension superficielle, une chaleur latente et une conductivité thermique élevées.

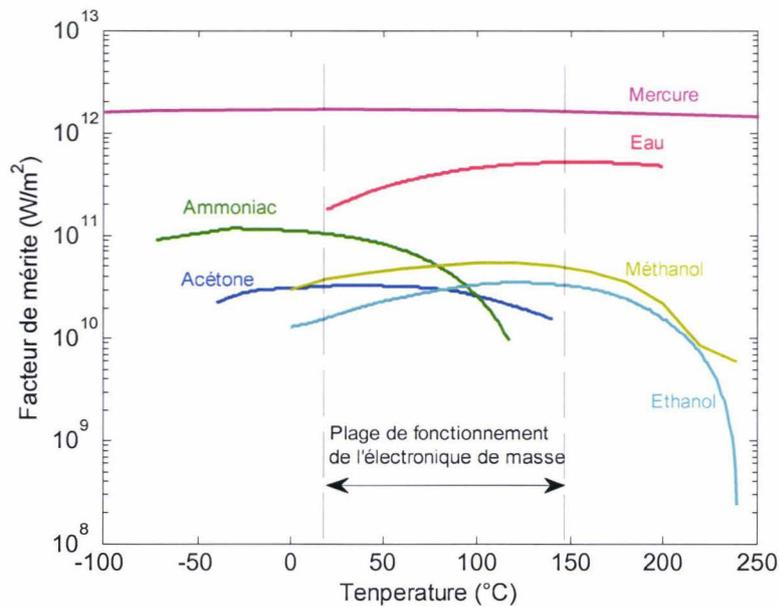


Figure 1- 10 : Facteur de mérite en fonctionnement caloduc pour quelques fluides courants

1.3.2. L'enveloppe métallique

Comme énoncé précédemment, la nature du matériau de l'enveloppe est intimement liée à la nature du fluide caloduc car la compatibilité fluide-matériau est indispensable. En effet, les phénomènes chimiques susceptibles de se produire entre le fluide et l'enveloppe peuvent avoir des conséquences dommageables sur le fonctionnement et la durée de vie du caloduc. En témoigne l'apparition de corrosion, la formation de gaz incondensables susceptible de bloquer les échanges thermiques au niveau du condenseur et ainsi de dégrader les performances du caloduc. Par exemple, on notera que l'eau est incompatible avec une enveloppe en acier inoxydable [ChS/1987], car la réaction chimique acier-eau entraîne un dégagement d'hydrogène (au-dessus de 100°C), conduisant à la formation de gaz incondensable. La présence de ce gaz peut limiter les performances du caloduc.

En outre, le choix du matériau se base sur ses propriétés thermiques, à savoir une conductivité thermique élevée en vue d'accroître la conductivité globale du caloduc.

Un dernier paramètre d'importance est la résistance mécanique du matériau. L'enveloppe doit résister à la pression interne du caloduc qui peut être importante. Il est donc important de s'enquérir des propriétés mécaniques du matériau enveloppe.

1.3.3. Le réseau capillaire

Le réseau capillaire assure le retour du liquide (condensat), du condenseur vers l'évaporateur. La structure capillaire constitue le « moteur » du caloduc car permet une circulation en boucle fermée du fluide caloduc. En position de fonctionnement anti-gravité (évaporateur plus haut que le condenseur), le réseau capillaire contribue aussi à améliorer les performances du caloduc. Dans l'étude des caloducs de façon générale, le réseau capillaire est assimilé à un milieu poreux caractérisé par les principales grandeurs physiques suivantes [\[FaA/1994\]](#) :

un fonctionnement optimal du caloduc il ya donc un compromis à établir entre ces deux aspects. Outre ces considérations hydrodynamiques, la structure capillaire joue un autre rôle important. Elle doit assurer un bon transfert thermique radial de la paroi externe vers l'interface liquide-vapeur où se produit le changement de phase (évaporation, condensation). Il existe plusieurs types de réseaux capillaires dont les plus courants sont présentés à la Figure 1- 11.

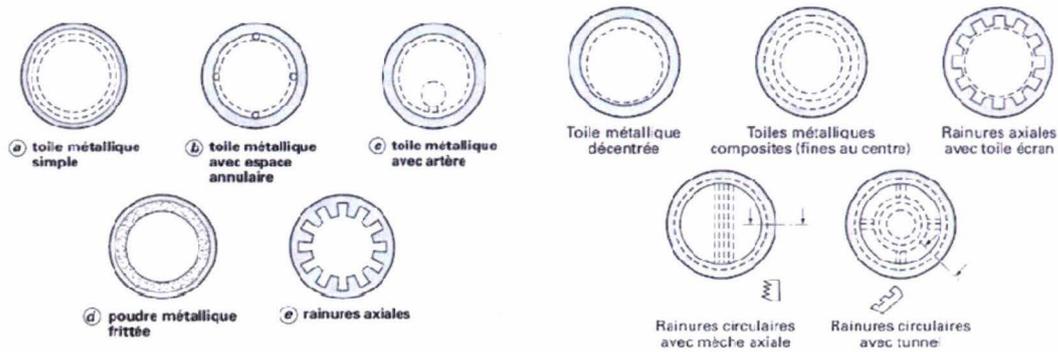
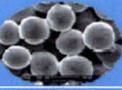


Figure 1- 11. Différents types de structure capillaires, [BrA/1997]

Le Tableau 1-1 indique qualitativement les performances de quelques structures capillaires

Tableau 1- 1. Comparaison qualitative des performances de principaux réseaux capillaires, [KaL/2007] et [RoC/2000],

Type de réseau	Performances thermiques	Pompage capillaire	Perméabilité
Mèche (toile) tissée 	Faibles	Elevé	Faible à moyenne
Rainures axiales 	Très élevées	Faible	Moyenne à élevée
Poudre frittée 	Moyennes	Très élevé	Faible à moyenne
Rainures axiales avec toile écran 	Elevées	Elevée à très élevée	Moyenne à élevée

Poudre frittée avec artère liquide intégré 	Moyennes	Elevée à très élevée	Moyenne à élevée
--	----------	----------------------	------------------

Le réseau capillaire constitue l'élément moteur du caloduc et son choix est donc déterminant car il peut être un facteur limitant des performances.

1.4. Les limites de fonctionnement des caloducs « conventionnels »

Un caloduc ne peut fonctionner que dans un domaine limité de température pour lequel la pression interne n'est ni trop faible ni trop élevée. En effet, une pression trop faible, donc une vapeur trop peu dense, conduit à des limites de type visqueux ou sonique, tandis qu'une pression trop élevée conduit à une limite de type ébullition.

Même quand le caloduc fonctionne dans une bonne gamme de température, il est possible qu'apparaisse une dégradation de son fonctionnement, voire un dysfonctionnement. Cette dégradation se traduit par une limitation de la puissance thermique injectée : la limite d'entraînement ou la limite capillaire est alors atteinte, Figure 1- 12. La limite de fonctionnement la plus contraignante dans le fonctionnement du caloduc est la limite capillaire. Ces limites sont intimement liées aux caractéristiques du caloduc dont par exemple la température de fonctionnement, l'angle d'inclinaison du caloduc, les propriétés thermophysiques de la structure capillaire et du fluide.

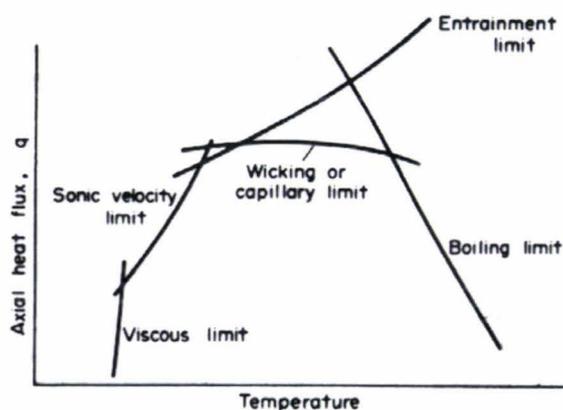


Figure 1- 12. Domaine de fonctionnement d'un caloduc

La Figure 1- 13 illustre la puissance maximale transportable par un caloduc Cu/eau en fonction de sa température de fonctionnement, Thermacore Inc. [ScD/1996]. Le caloduc atteint une capacité de transport d'environ 150 W pour des températures de fonctionnement comprises entre 125 et 175 °C.

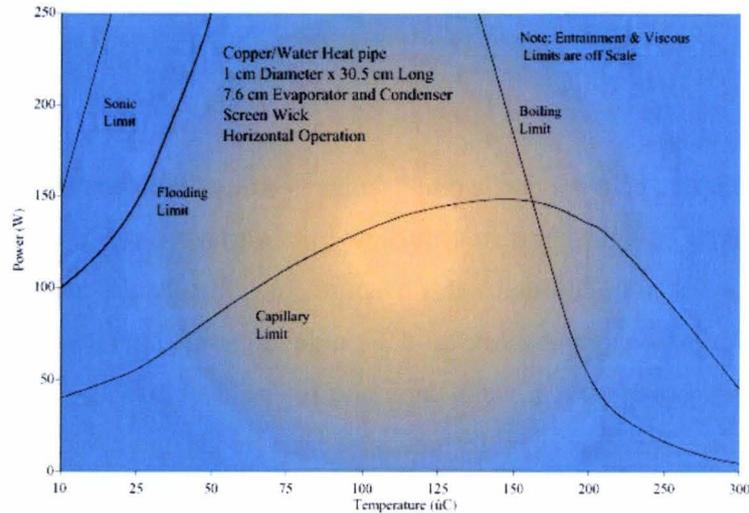


Figure 1- 13. Performances limites de caloduc en fonction de la température de fonctionnement, [ScD/1996].

Les expressions analytiques présentées dans ce paragraphe seront détaillées dans le Chapitre II où l'on élabore un modèle de détermination précise du domaine de fonctionnement des caloducs.

1.4.1. Limite visqueuse

La limite visqueuse correspond au cas où la pression à l'évaporateur n'est pas suffisante pour permettre à la vapeur de vaincre les frottements visqueux au cours de son écoulement jusqu'au condenseur.

En 1973, Bösse a proposé, en supposant un écoulement 2D de la vapeur assimilée à un gaz parfait, une expression du flux thermique Q_{vis} correspondant à cette limite :

$$Q_{vis} = \frac{r_v^2 h_{fg} \rho_v p_v}{16 \mu_l L_{eff}} \text{ avec } L_{eff} = 0.5L_e + L_a + 0.5L_c \quad \text{Eq.1- 6}$$

Où r_v est le rayon de la section de passage de la vapeur et L_{eff} la longueur effective du caloduc.

Cette limitation ne se rencontre pas en fonctionnement optimal mais peut être atteinte sous certaines conditions spécifiques, comme par exemple :

- fonctionnement à très basse température (caloducs cryogéniques),
- caloducs à zone de condensation extrêmement longue (L_c grand),
- démarrage à froid, à partir d'un état gelé.

1.4.2. Limite sonique

Cette limite a pour origine la chute de pression inertielle consécutive à l'écoulement de la vapeur dans le caloduc. En effet, du fait de la variation axiale du débit massique de la vapeur dans une section constante de l'évaporateur, l'écoulement de la vapeur (accélération de la vapeur, et donc augmentation du débit axial dans l'évaporateur et décélération dans le condenseur), est assimilable à celui dans une tuyère de Laval. Le débit de la vapeur peut devenir sonique, conduisant à la formation d'onde de choc et donc un fonctionnement non isotherme. Ce phénomène s'accompagne d'un gradient de pression (et donc de température) élevée dans l'évaporateur après l'établissement de l'onde de choc. La vitesse sonique, atteinte en sortie évaporateur (col de la tuyère), règle la valeur du flux limite.

La limite sonique dépend de la température de fonctionnement du caloduc et des caractéristiques de l'écoulement fluidique, à savoir l'écoulement vapeur. Par résolution des équations de Navier-Stokes d'un écoulement laminaire incompressible 1D, Busse [\[BuC/1973\]](#) propose, une expression du flux thermique limite par :

$$Q_s = 0,474 A_v h_{fg} \sqrt{\rho_v p_v} \quad \text{Eq.1- 7}$$

Pour tenir compte des effets de compressibilité de l'écoulement dans la section vapeur, Faghri [\[FaA/1994\]](#) a montré que le flux sonique s'exprime par :

$$Q_s = A_v \rho_v h_{fg} \sqrt{\frac{\gamma_v R_g T_v}{2(\gamma_v + 1)}}, \quad R_g = \frac{R}{M} \quad \text{Eq.1- 8}$$

Où γ_v est le rapport des capacités thermiques à pression et volume constants.

La limite sonique intervient essentiellement en phase de démarrage pour les caloducs fonctionnant à température élevée (supérieure à 300°C), précisément ceux à métaux liquides. Pour éviter cela, il faut que le flux thermique extrait reste faible jusqu'à ce que le caloduc ait atteint sa température normale de fonctionnement.

1.4.3. Limite d'entraînement

Dans un caloduc classique, la vapeur et le liquide circulent à contre-courant sans séparation physique complète. Il en résulte que, lorsque la vitesse de la vapeur devient importante, elle tend à former des sortes de vagues sur la surface du liquide située directement à son contact (surface intérieure du réseau capillaire). Lorsque ce phénomène s'amplifie, des gouttelettes de liquide sont arrachées par la vapeur et l'écoulement du liquide peut être totalement interrompu, bloquant ainsi le fonctionnement du caloduc. Ce phénomène se traduit par des instabilités dans le fonctionnement et par des bruits périodiques dus au choc des gouttes de liquide arrachées contre l'extrémité du condenseur.

Cette limite dépend beaucoup de la surface de contact entre le liquide et la vapeur, donc de la nature du réseau capillaire. Elle est élevée avec des réseaux capillaires du type toile métallique qui séparent bien liquide et vapeur ; elle est plus contraignante dans le cas des structures à rainures.

Sur la base d'une analyse dimensionnelle (nombre de Weber¹), Cotter [[RoX/2004](#)] exprime le flux thermique de la limite d'entraînement par :

$$Q_{ent} = A_v h_{fg} \sqrt{\frac{\sigma \rho_v}{2r_{h,l}}} \quad \text{Eq.1- 9}$$

Où $r_{h,l}$ est le rayon hydraulique du milieu poreux.

1.4.4. Limite capillaire

La limite capillaire est atteinte lorsque la différence de pression capillaire n'est plus suffisante pour compenser les chutes de pression dues aux frottements et aux forces volumiques (gravité, centrifuge, etc.).

Ce phénomène est généralement produit par un flux thermique trop élevé conduisant à des vitesses d'écoulement importantes et se manifeste par l'impossibilité pour le liquide de s'écouler jusqu'au bout de l'évaporateur. Une zone asséchée apparaît alors, dans laquelle la température de la paroi augmente fortement. Cette limitation apparaît le plus souvent en fonctionnement optimal du caloduc.

¹ Rapport entre les forces de viscosité et les effets de capillarité

Les chutes de pression obéissent alors à l'inéquation suivante :

$$\Delta P_c \geq \Delta P_l + \Delta P_v + \Delta P_b \quad \text{Eq.1- 10}$$

Où ΔP_c est la pression capillaire développée par la structure capillaire,

$\Delta P_l, \Delta P_v$ sont les pertes de charges respectivement dans le liquide et la vapeur,

ΔP_b caractérise les pertes de charges induites par les forces de volume.

L'expression explicite de chacun des termes de chutes de pression permet de déterminer la puissance thermique qui engendre cette limite. Celle-ci détermine souvent la capacité de transport du caloduc.

Le flux thermique correspondant à la limite capillaire dépend des dimensions géométriques du caloduc, de la nature et des caractéristiques hydrodynamiques du milieu poreux, de son inclinaison par rapport à l'horizontale (assistance ou non de la pesanteur) et de la température de fonctionnement.

La détermination précise du flux thermique nécessite de prendre en compte les phénomènes hydrodynamiques dans les deux phases du fluide caloporteur. Dans les prochains chapitres de ce rapport nous présentons différents modèles élaborés pour justement évaluer la limite capillaire.

1.4.5. Limite d'ébullition

La limite d'ébullition résulte de la naissance de bulles de vapeur au sein du réseau capillaire lorsque la densité de flux radial à l'évaporateur devient trop importante. Ces bulles empêchent une irrigation correcte du réseau capillaire par le liquide et créent des points chauds qui peuvent conduire, à la destruction du caloduc par fusion locale du tube.

Dans la littérature, on considère en général que la limite d'ébullition est atteinte dès que les conditions de formation de bulles de vapeur dans le capillaire sont réunies.

Kraus et Bar-Cohen (cité dans [\[BrD/2003\]](#)) propose la formule suivante pour un caloduc de section circulaire :

$$Q_b = \frac{2\pi L_e \lambda_{eff} T_v}{h_{fg} \rho_v \ln\left(\frac{r_i}{r_v}\right)} \left(\frac{2\sigma}{r_n} - \Delta P_c \right) \quad \text{Eq.1- 11}$$

Avec

r_n : rayon de nucléation (valeur typique pour l'eau : entre 2.54×10^{-7} et 2.00×10^{-5} m),

r_v : rayon de la section de passage de la vapeur,

r_i : rayon intérieur de l'enveloppe du caloduc,

λ_{eff} : conductivité thermique équivalente du réseau capillaire.

La conductivité thermique de la structure capillaire est déterminée en fonction de la nature du fluide caloduc et du matériau constitutif du réseau. Kraus et Bar-Cohen, [BrD/2003] donnent les formules suivantes en fonction du type de mèche :

Type de réseau capillaire	Conductivité thermique équivalente λ_{eff}
Toile métallique (metal screen)	$\lambda_l \frac{(\lambda_l + \lambda_w) - (1 - \varepsilon)(\lambda_l - \lambda_w)}{(\lambda_l + \lambda_w) + (1 - \varepsilon)(\lambda_l - \lambda_w)}$
Poudre métallique frittée	$\lambda_l \frac{(2\lambda_l + \lambda_w) - 2(1 - \varepsilon)(\lambda_l - \lambda_w)}{(2\lambda_l + \lambda_w) + (1 - \varepsilon)(\lambda_l - \lambda_w)}$
Rainures rectangulaires	$\frac{(w_f \delta \lambda_l \lambda_w) + w \lambda_l (0,185 w_f \lambda_w + \delta \lambda_l)}{(w + w_f)(0,185 w_f \lambda_l + \delta \lambda_l)}$

Où λ_l et λ_w sont les conductivités thermiques respectivement du liquide et du matériau constituant le réseau capillaire,

ε : porosité de la structure capillaire,

w_f : épaisseur de rainure,

w : épaisseur équivalente de la structure capillaire, δ : profondeur de rainure.

² Maxwell (1891)

La limite d'ébullition a la particularité de décroître avec la température car la masse volumique augmente fortement avec la température et le flux thermique est inversement lié à la masse volumique.

Outres les limites précédemment énumérées, il existe d'autres types de limitations de la capacité de transport des caloducs qui peuvent intervenir au cours du fonctionnement, mais dans des proportions très réduites. Ce sont par exemple :

- la limite du condenseur : directement liée au mécanisme de maintien en température de la section condenseur en vue de garantir des conditions de saturation.
- la limite d'écoulement raréfié : dans le cas de canaux de petite taille (mini et micro caloducs), la phase vapeur se comporte comme un milieu raréfié, résultant de la faible taille du conduit et du fonctionnement à basse température.

1.5. Bibliographie sur la modélisation des caloducs

L'objectif primordial de cette étude étant la modélisation des caloducs en vue de la détermination de leurs performances, il paraît nécessaire de prendre en charge les différentes approches déjà élaborées et existantes dans la littérature. Nous présentons ici ces modèles sous deux catégories. La première catégorie consiste en l'ensemble des modèles pouvant servir à dimensionner un caloduc et la seconde regroupe les modèles servant à caractériser le comportement thermique et/ou hydrodynamique du caloduc. La dernière catégorie se fonde sur la modélisation des mécanismes fluidiques et thermiques qui régissent le fonctionnement d'un caloduc.

1.5.1. Modèles de dimensionnement

1.5.1.1. Principe du dimensionnement

Dimensionner un caloduc au sein d'un dispositif thermique consiste à déterminer la température de fonctionnement et le flux thermique que devra véhiculer le caloduc, et à s'assurer que ce point de fonctionnement (température, flux) s'inscrit bien dans le domaine de fonctionnement. Pour cela il faut, après avoir fixé les caractéristiques du caloduc (flux thermique, longueur, réseau capillaire, etc.) suivre trois principales étapes que nous résumons comme suit :

- (i) calculer les flux limites transportables,

(ii) calculer la résistance thermique totale du caloduc (ce résultat servant à déterminer la température et le flux thermique dans le caloduc au sein du dispositif considéré),

(iii) vérifier que les valeurs trouvées (température, flux thermique) ne sont pas hors des limites de fonctionnement (sinon modifier en conséquence les caractéristiques du caloduc).

1.5.1.2. Détermination de la capacité maximale de transport

La capacité maximale de transport du caloduc est fixée par la valeur minimum des flux thermiques correspondant aux différentes limites de fonctionnement énumérées à la section §1.4. Les modèles de dimensionnement se fondent sur la détermination de la limite capillaire car c'est elle qui en effet limite la capacité de transport. Les autres limites sont en général moins contraignantes et ne sont donc pas prises en compte.

La limite capillaire du caloduc est atteinte lorsque la pression motrice développée par la structure capillaire est insuffisante pour compenser les pertes résultant de l'écoulement fluidiques. Ce bilan se traduit par [\[RiR/2005\]](#) :

$$\Delta P_c = \Delta P_l + \Delta P_v + \Delta P_b \quad \text{Eq.1- 12}$$

Richard R. et al. [\[RiR/2005\]](#), substituent chacun des termes de pression par les expressions correspondantes :

➤ Équation de Young-Laplace :
$$\Delta P_c = \frac{2\sigma \cos(\theta_e)}{r_p}$$

θ_e et r_p caractérisent l'angle de contact et le rayon de pore de la courbure de l'interface liquide – vapeur, cf. Figure 1- 14.

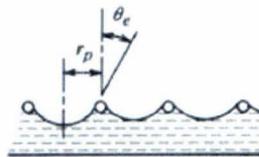


Figure 1- 14. Illustration de la courbure d'interface liquide - vapeur

- Loi de Darcy dans le milieu poreux, dans le cas d'un écoulement laminaire :

$$\Delta P_l = \frac{\mu_l L_{eff} m}{\rho_l A_l K}$$

$L_{eff} = 0.5L_e + L_a + 0.5L_c$ est la longueur équivalente du caloduc et A_l la section de passage du canal liquide.

- Pression hydrostatique : $\Delta P_b = \rho_l g L_{eff} \sin(\phi)$ avec ϕ l'angle d'inclinaison du caloduc par rapport à l'horizontale, Figure 1- 15.

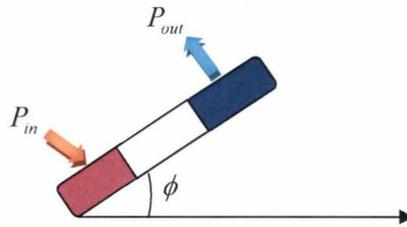


Figure 1- 15. Illustration de l'angle d'inclinaison du caloduc

A partir de ces différentes expressions, ces auteurs montrent que le flux thermique correspondant à la limite capillaire ou limite hydrodynamique est estimé par :

$$Q_{cap,max} = \left(\frac{2 \cos(\theta_e) K}{r_p L_{eff}} \right) \left(\frac{h_{fg} \sigma \rho_l}{\mu_l} \right) \left(1 - \frac{r_p \rho_l g L_{eff} \sin(\theta_e)}{2 \sigma \cos(\theta_e)} - \Delta P_v \right) \quad \text{Eq.1- 13}$$

La chute de pression ΔP_v dans la section vapeur est généralement obtenue par corrélation spécifique à la géométrie du canal et des hypothèses simplificatrices sur l'écoulement de la vapeur.

Brian D. et al. [BRD/2003] proposent une expression pour cette chute de pression en assimilant l'écoulement vapeur à un écoulement de type Poiseuille :

$$\Delta P_v = \frac{64}{\text{Re}_{Dh,v}} \frac{L_{eff}}{D_{h,v}} \left(\rho_v \frac{V_v^2}{2} \right) \quad \text{Eq.1- 14}$$

Le débit massique maximal m_{max} de liquide dans le milieu poreux est alors obtenu en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{2 \sigma \cos(\theta)}{r_p} - \rho_l g L_{eff} \sin(\phi) = \frac{\mu_l L_{eff}}{\rho_l \lambda A_w} m_{max} + \frac{64}{\text{Re}_{Dh,v}} \frac{L_{eff} f}{D_{h,v}} \rho_v \frac{V_v^2}{2}, m_{max} = \rho_v A_{h,v} V_v \quad \text{Eq.1- 15}$$

Où f est le coefficient de frottement caractérisant les effets du frottement à l'interface liquide vapeur.

Ainsi les auteurs [BRD/2003] déterminent la limite capillaire par résolution de l'équation de second degré suivante :

$$\frac{64}{\text{Re}_{D_{h,v}}} \frac{L_{eff} f}{D_{h,v}} \rho_v \left(\frac{\rho_v A_{h,v} h_{fg}}{2} \right)^{-1} Q_{cap,max}^2 + \frac{\mu_l L_{eff}}{\rho_l \lambda A_w h_{fg}} Q_{cap,max} + \rho_l g L_{eff} \sin(\phi) - \frac{2\sigma \cos(\theta)}{r_p} = 0 \quad \text{Eq.1- 16}$$

Les hypothèses posées par Brian et Suresh sont très grossières puisque c'est la chute de pression dans la section vapeur qui a servi à limiter le flux imposé. Or le transfert de masse associé à l'évaporation et à la condensation influence certainement les caractéristiques de l'écoulement de la vapeur. En outre, les interactions à l'interface liquide-vapeur ne sont pas prises en compte par les auteurs.

Faghri (1989), (cité dans [SuJ/2003]) développe un modèle analytique en considérant un écoulement 2D incompressible de la vapeur et où l'évaporation et la condensation sont supposées avoir lieu à l'interface liquide-vapeur. Le gradient de pression dans la vapeur, le long du caloduc, est obtenu par résolution des équations de continuité et de quantité de mouvement ce qui permet d'obtenir une distribution axiale de la pression par :

$$\frac{dP_v}{dx} = \begin{cases} 2 \left(-8R_e - \frac{16}{3} R_e^2 \right) \frac{\mu_v^2}{\rho_v r_{h,v}^4} x, & x \in [0, L_e] : (\text{zone Evaporateur}) \\ -8R_e \frac{\mu_v^2 \overline{u_{v,a}}}{r_{h,v}^2}, & x \in [L_e, L_e + L_a] : (\text{zone Adiabatique}) \\ 2 \left(8R_c - \frac{16}{3} R_c^2 \right) \frac{\mu_v^2}{\rho_v r_{h,v}^4} x + \left(8 + \frac{16}{3} R_c^2 \right) R_e \frac{\mu_v^2 \overline{u_{v,a}}}{r_{h,v}^2}, & (\text{zone Condenseur}) \end{cases} \quad \text{Eq.1- 17}$$

$$\text{Avec } \overline{u_{v,a}} = \frac{Q_{cap,max}}{\pi r_{h,v}^2 \rho_v h_{fg}}, R_e = \frac{Q_{cap,max}}{2\pi L_e \mu_v h_{fg}}, R_c = \frac{L_e}{L_c} R_e$$

Dans le cas de caloduc de taille réduite (mini caloduc), dont le diamètre de la section de passage de la vapeur n'excède pas 1 mm, Maziuk et al [MaV/2001] proposent l'expression suivante pour la chute de pression dans l'écoulement vapeur :

$$\Delta P_v = 12 \frac{\mu_v}{\rho_v A_{h,v}^3 h_{fg} w} Q_{cap,max} L_{eff}, L_{eff} = \frac{1}{2} L_e + L_a + \frac{1}{2} L_c \quad \text{Eq.1- 18}$$

Où w est la largeur du canal vapeur.

Pour un mini caloduc plat de structure capillaire à base de poudre métallique, les auteurs obtiennent une évolution de la puissance maximale suivant la température et l'angle d'inclinaison (Figure 1- 16). Pour une même température, la limite capillaire intervient plutôt lorsque le caloduc s'écarte davantage de la position verticale.

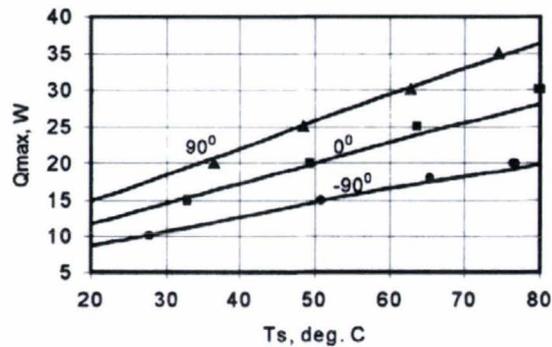


Figure 1- 16. Puissance maximale d'un mini caloduc rectangulaire de dimension 2,2x9x150 mm et $L_e/L_a/L_c = 20/70/60$ mm, Maziuk et al. [MaV/2001]

Les modèles présentés jusqu'ici ne tiennent pas compte des effets dynamiques à l'interface liquide-vapeur et solide-liquide et des frottements dont la non prise en compte conduit à une surestimation des performances. Ainsi, Riffat et al [RiS/2002] ont développé un modèle analytique permettant d'évaluer la capacité maximale de transport d'un mini caloduc gravitationnel³ (à section circulaire de diamètre 2 mm et de longueur 1100 mm) en fonction des propriétés du fluide, de l'inclinaison du caloduc et de la charge du fluide. Les auteurs tiennent compte des pressions hydrostatiques axiale et longitudinale et intègrent les forces de cisaillement aux interfaces solide-liquide et liquide-vapeur dans l'expression de la chute de pression de liquide. La compressibilité de la vapeur y est prise en compte (évaluation automatique du nombre de Mach).

En 2003, Sung et al. [SuJ/2003] présentent un modèle numérique de dimensionnement pour un mini caloduc (Cu/eau) à rainures longitudinales prenant en compte les frottements dans l'écoulement liquide et vapeur. Pour déterminer le gradient de pression du liquide, ils définissent un facteur correctif α (caractérisant les efforts de cisaillement à l'interface liquide-vapeur) et un nombre de Poiseuille, $f Re_{h,l}$. Ce nombre est calculé suivant les caractéristiques de l'interface liquide-vapeur. Le gradient de pression de la phase vapeur est obtenu par la formulation de Faghri (1989). Les auteurs assimilent le réseau de rainures à un

³ Pour des applications spatiales.

milieu poreux en définissant une perméabilité apparente K . Le gradient de pression capillaire due à l'écoulement du liquide est alors donné par :

$$\frac{dP_l}{dx} = -\alpha \frac{2\mu_l f \text{Re}_{h,l}}{\rho_l A_{h,l} N D_{h,l}^2} \frac{Q_{cap,max}(x)}{h_{fg}} + \rho_l g \sin(\phi) \quad \text{Eq.1- 19}$$

Où A_l la section de passage du liquide au dessous du ménisque, dépendant de l'angle de contact solide-liquide, α un coefficient de correction qui rend compte de l'écoulement inverse du liquide par rapport à la vapeur. Les auteurs comparent les résultats du modèle à ceux de l'expérimentation et obtiennent une très bonne adéquation, Figure 1- 17.

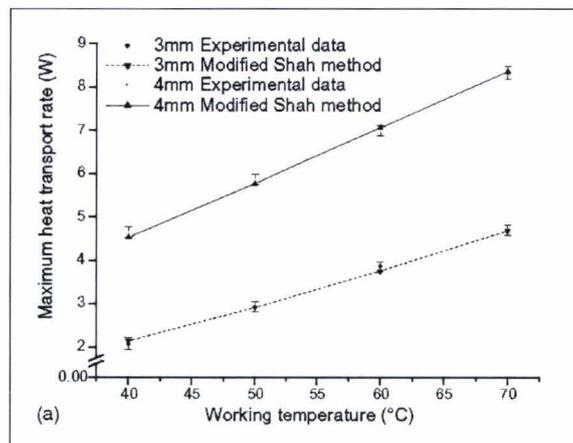


Figure 1- 17. Résultats du modèle numérique de Sung et al. [SuJ/2003].

1.5.1.3. Détermination du rayon optimal de pore d'un milieu poreux

Les performances du réseau capillaire d'un caloduc, en termes de pompage capillaire, sont intimement liées à ses caractéristiques hydraulique en particulier le rayon de pore effectif. La pression motrice capillaire du caloduc est en effet inversement proportionnelle au rayon hydraulique de pore. Sa détermination exacte ou sa bonne estimation permettent une meilleure prévision de la capacité de transport du caloduc. Dans la pratique, la puissance maximale est déterminée en supposant un rayon capillaire minimum ($r_{c,min}$) à l'évaporateur et un rayon maximum ($r_{c,max}$) au condenseur.

Sung et al [SuJ/2003] ont proposé une expression analytique pour le calcul du rayon minimum $r_{c,min}$ pour une rainure rectangulaire, par différentiation de l'équation de Laplace-Young :

$$r_{c,\min} = \frac{1}{2} \frac{t_b}{\cos(\theta + \zeta - \gamma) - \tan(\zeta - \gamma)[1 - \sin \cos(\theta + \zeta - \gamma)]} \quad \text{Eq.1- 20}$$

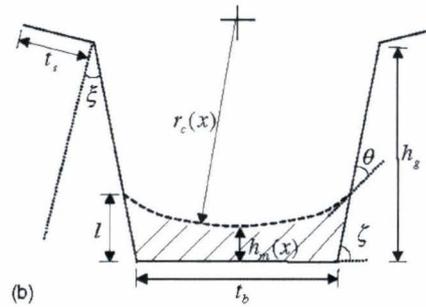


Figure 1- 18. Schémas d'une rainure rectangulaire utilisée dans le modèle de Sung et al. [SuJ/2003]

Pour d'autres types de structures capillaires, la connaissance de la différence maximale de pression capillaire $\Delta P_{c,\max}$ permet de calculer le rayon de pore minimal. Vadakkan et al. [VaU/2003] présentent un modèle numérique permettant de déterminer le rayon de pore maximal pour un réseau capillaire en poudre de cuivre frittée dans un caloduc plat Cuivre/eau. Ils obtiennent, pour une puissance de charge de 10 W, $\Delta P_{c,\max} = 236,25$ Pa correspondant à un rayon $r_{c,\min} = 5,9 \cdot 10^{-4}$ m.

1.5.1.4. Méthode nodale : modèle de résistance thermique

A. Bricard et al. [BrA/1997] modélisent les échangeurs thermiques sur la base d'une analogie entre systèmes électriques et thermiques. L'idée consiste à associer des résistances thermiques équivalentes à chaque type d'échanges thermiques gouvernant le fonctionnement du caloduc. Les auteurs proposent une association en série des résistances, à savoir :

- R_1 : la résistance de paroi à l'évaporateur
- R_2 : résistance du capillaire de l'évaporateur
- R_3 : la résistance d'interface de l'évaporateur
- R_4 : résistance de la vapeur sur l'ensemble de la longueur du caloduc
- R_5 : la résistance d'interface du condenseur
- R_6 : la résistance du capillaire du condenseur
- R_7 : la résistance de paroi du condenseur

La résistance thermique totale du caloduc est calculée en faisant la somme des résistances de R_1 à R_7 .

La différence de température ΔT entre l'évaporateur et le condenseur est alors formulée par :

$$\Delta T = Q_{in} R_T, \quad R_T = \sum_{i=1}^7 R_i \quad \text{Eq.1- 21}$$

Ce type de modèle donne une bonne approximation pour le dimensionnement d'un caloduc. Toutefois, le calcul d'une valeur correcte de certaines résistances thermiques, telle celle du liquide à l'évaporateur, peut être assez complexe. En effet dans la zone de l'évaporateur, il ya très peu de liquide et un modèle aussi simple peut difficilement rendre compte des chemins parcourus par le flux thermique à travers la paroi et le film.

En 1998, Zuo et al. [ZJZ/1998] présentent un modèle monodimensionnel transitoire pour lequel le chemin suivi par le flux est représenté sur la figure suivante. Ce modèle suppose que les matériaux et milieux sont isotropes.

Le caloduc est subdivisé en plusieurs (ici 6) petits conducteurs monodimensionnels (Figure 1-19) dans lesquels l'équation de la chaleur est résolue :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad \text{Eq.1- 22}$$

L'équation de la chaleur au niveau de chaque élément est simplifiée en une équation différentielle temporelle du premier ordre, linéaire et résolue par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 après une discrétisation spatiale en différence centrée.

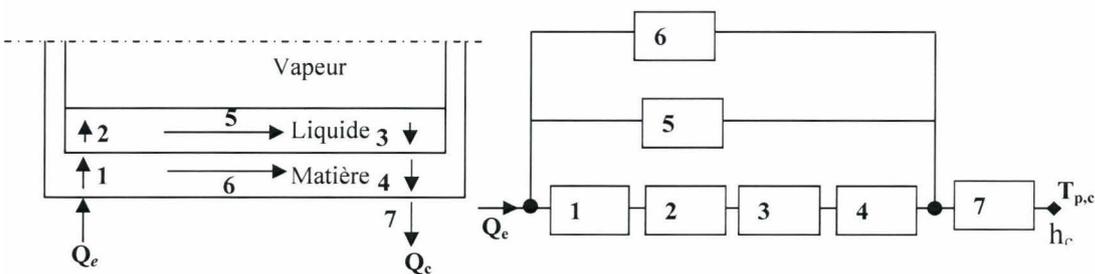


Figure 1- 19. Schémas synoptique du modèle de Zuo et al. [ZJZ/1998]

La résolution du modèle nécessite la connaissance de la conductivité thermique de la structure capillaire et de l'enveloppe du caloduc. Les températures en régime transitoire de chaque

élément sont déterminées par résolution de l'équation de chaleur et les valeurs en régime permanent permettent de déterminer les résistances thermiques et donc la résistance globale du caloduc. Il est à la fois un modèle de dimensionnement et de comportement (cf. paragraphe suivant).

1.5.2. Modèles de comportement

Les modèles de comportement des caloducs servent, en fonction des conditions de fonctionnement imposées (puissance à l'évaporateur, conditions de refroidissement, structure capillaire, angle d'inclinaison, etc.), à prévoir le fonctionnement précis du caloduc, à savoir l'évolution spatio-temporelle des températures, pression et vitesse. Il est donc essentiel de modéliser les échanges thermiques.

On présente ici deux catégories de modèles, à savoir les modèles analytiques et ceux numériques, dans lesquelles le comportement transitoire des caloducs est pris en compte ou non.

1.5.2.1. Modèles analytiques

Dans ces modèles, les solutions aux équations différentielles sont données sous une forme analytique sans passer par un traitement numérique. Dans la littérature, très peu de publications traitent analytiquement de l'analyse du fonctionnement des caloducs du fait de la difficulté à obtenir une solution analytique suffisante.

➤ Non prise en compte du régime transitoire

Vafai et al. [[ZhN/1999](#)] ont présenté un modèle analytique bidimensionnel pour caractériser le comportement en régime permanent d'un caloduc circulaire Cuivre/eau. Ce modèle intègre le couplage hydrodynamique à l'interface liquide-vapeur (continuité des vitesses et des tensions de cisaillement axiales), les effets inertiels dans l'écoulement du liquide (comportement non-Darcien). Les écoulements de vapeur et de liquide sont considérés permanents, incompressibles et laminaires. La structure capillaire est supposée isotrope, poreuse et saturée en liquide. Les équations de continuité, de quantité de moment et de l'énergie sont appliquées aux phases vapeur et liquide. Les vitesses d'évaporation (injection) et de condensation (suction) à l'interface liquide-vapeur sont supposées uniformes. La géométrie modélisée est présentée à la Figure 1- 20.

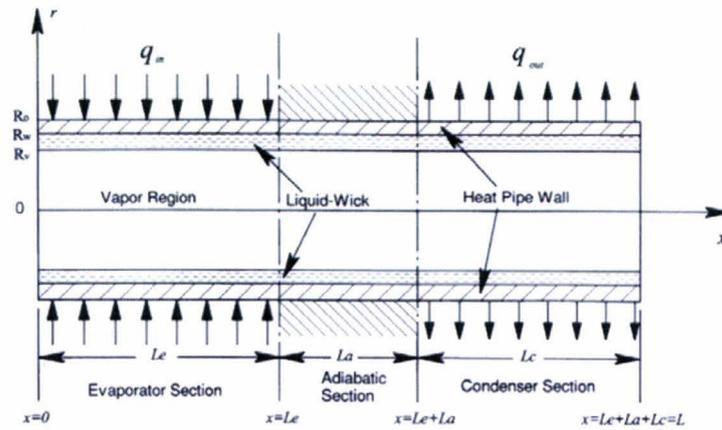


Figure 1- 20. Géométrie modélisée par Vafai et al. [ZhN/1999], $R_0/R_w/R_s/L=9,55/9,4/8,25/890$ mm

Pour la solution, analytique, le profil de la vitesse axiale dans la vapeur est approximé par un produit de polynôme :

$$u_v(x, r) = U_{\max} \times (a_0 + a_1 r + a_2 r^2) \text{ avec } U_{\max} = \frac{1}{\pi R_v^2} \int u_v(x, r) 2\pi r dr \quad \text{Eq.1- 23}$$

Où a_0 , a_1 et a_2 sont des coefficients déterminés par les conditions aux limites formulées par ces auteurs.

Les auteurs parviennent, grâce à une intégration par partie, à une solution analytique pour les champs de vitesses et de pression. L'expression de la température à la paroi du caloduc est obtenue en utilisant un modèle convectif simple au travers de l'enveloppe :

$$Q = 2\pi R_w L_c h (T_{\text{parois}} - T_a).$$

La comparaison des résultats (Figure 1- 21) du modèle aux résultats du modèle numérique de Tournier et al. [ToJ/1994] et ceux expérimentaux de Huang et al. [HuL/1993] montre un bon accord pour la distribution axiale de pression et de température.

Ces auteurs [ZhN/1999] montrent que les effets de cisaillement à l'interface liquide - vapeur influent très peu et peuvent être négligeables dans une première approximation. Cependant, les auteurs indiquent que l'écoulement du liquide dans le réseau capillaire a un comportement non-Darcien. Ainsi, le calcul de la perte de charges dans le liquide par la formule de Darcy conduit à des erreurs substantielles. Ces erreurs induisent une surestimation de la capacité de transport du caloduc (limite capillaire). Les auteurs proposent une formule analytique de la limite capillaire.

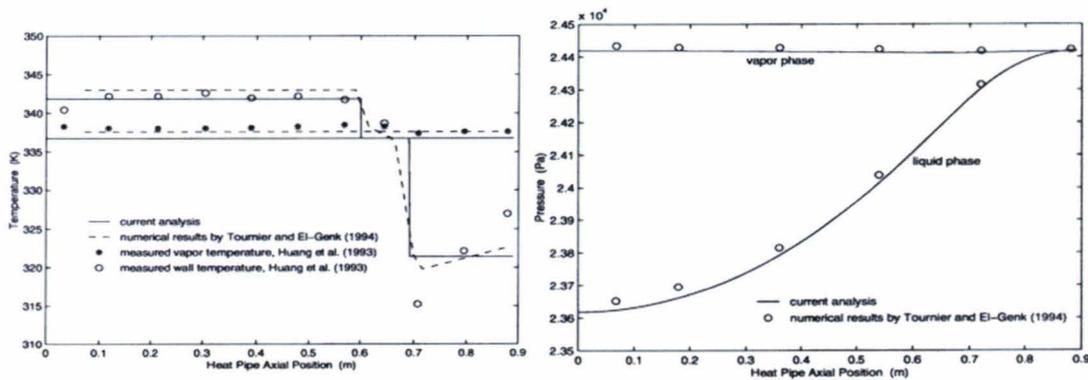
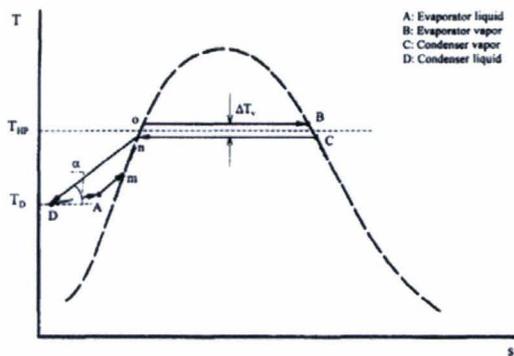


Figure 1- 21. Profils de température (vapeur et surface extérieure du caloduc) et de pression pour une puissance imposée de 455 W et un coefficient d'échange au condenseur de $1800 \text{ W/m}^2\text{K}$, *Vafai et al.* [ZhN/1999]

➤ Modèles traitant le régime transitoire

Le modèle nodal de Zuo et al. [ZJZ/1998], exposé plus haut, permet une analyse du régime transitoire du caloduc car il fournit une solution analytique pour la température de chaque élément conducteur considéré. Les écoulements de vapeur et de liquide sont supposés avoir un effet négligeable sur le transfert de chaleur dans le caloduc, ils ne sont par conséquent pas pris en compte dans l'identification des éléments conducteurs (6 identifiés au total). Le transport fluide (Liquide-Vapeur et Vapeur-Liquide) est supposé suivre un cycle thermodynamique fermé composé de 4 phases représentées sur un diagramme température – entropie T-S (Figure 1- 22) : analogie avec le cycle thermodynamique d'un moteur thermique 4 temps. Pour ces auteurs, une partie de la chaleur introduite dans le caloduc sert à pomper le fluide pour assurer sa mise en circulation cyclique. Pour valider leur modèle (Figure 1- 23), ces auteurs utilisent un caloduc circulaire Cuivre/eau à deux couche de toile de cuivre (150 mailles) ayant les dimensions suivante : $d_{ext}/d_{int}/L_c/L_c/L_a = 19,1/17,3/393,47/170/170 \text{ mm}$.



A->B Heat addition raises both internal energy and pressure of the working fluid.

B->C Vapor travels from the evaporator to the condenser due to a pressure difference; Entropy increases due to friction.

C->D Heat rejection at a constant pressure in the condenser

D->A Liquid travels from the condenser to the evaporator due to a pressure difference; Entropy increases due to friction.

Figure 1- 22. Diagramme T-S du transport fluide dans le caloduc, formulé par Zuo et al. [ZJZ/1998]

La comparaison des résultats avec ceux expérimentaux d'El-Genk et Huang [EIG/1993] montre un bon accord avec des écarts inférieurs à 5% (Figure 1- 23).

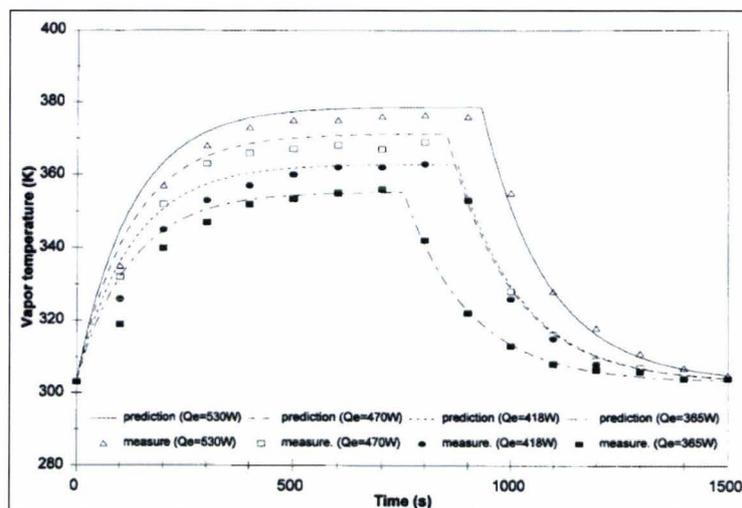


Figure 1- 23. Comparaison des évolutions temporelles de température mesurées et calculées, Zuo et al. [ZJZ/1998]

En 1998, Zhu et al. [ZhN/1998] ont proposé un modèle analytique pseudo-tridimensionnel pour diffuseur thermique plat (flat-plate heat pipe) et en forme de disque (disk-shape). La puissance est imposée au centre de la partie supérieure tandis que le condenseur couvre la partie supérieure connexe ainsi que toute la partie inférieure. Ils modélisent les écoulements liquide et vapeur, les effets dus à l'inertie (transport de chaleur non-Darcien dans le liquide) et le couplage hydrodynamique à l'interface liquide-vapeur. Les écoulements sont considérés incompressibles, laminaires en milieu isotrope. Le profil de

vitesse axiale de la vapeur est approximé par un produit de polynômes et celui de la température par un polynôme de second degré :

$$T(y, t) = b_0(t) + b_1(t)y + b_2(t)y^2 \quad \text{Eq.1- 24}$$

Leurs résultats rejoignent ceux de Vafai et al. [ZhN/1999] à savoir que pour les caloducs à forme de disque, les effets du couplage hydrodynamique de l'interface liquide-vapeur peuvent être négligé tandis que la minimisation des effets dus à l'inertie conduit à des erreurs significatives dans la prédiction de la pression du liquide et donc de la capacité maximale du caloduc.

1.5.2.2. Modèles numériques

La plupart des études numériques permettent d'obtenir une analyse de la phase de démarrage. Toutefois il est des cas où le régime transitoire n'est pas abordé car soit ne faisant pas partie de l'objet d'étude soit par soucis de simplification du traitement numérique et donc de gain de temps.

➤ Modèle ne traitant pas le transitoire :

En 1996, Ismail et al. [IsK/1996] ont présenté un modèle numérique d'un caloduc à section circulaire ou rectangulaire en régime permanent. Le modèle est basé sur une formulation bidimensionnelle des équations de continuité, de l'énergie et de quantité de moment dans les régions de vapeur et de liquide. Dans l'enveloppe, l'équation bidimensionnelle de l'énergie est appliquée. Après avoir adimensionné les différentes équations, une forme générale (type elliptique) est posée, ce qui facilite la discrétisation et permet d'utiliser un même processus de solution pour toutes les variables. Les écoulements sont supposés laminaires et permanents. La condensation et l'évaporation sont supposées avoir lieu à l'interface liquide-vapeur qui est supposée être la frontière entre la région vapeur et le milieu poreux. Des conditions aux frontières (bilan d'énergie, conservation de masse, continuité de température et de vitesse, équilibre thermodynamique) sont appliquées à l'interface liquide-vapeur. Pour la résolution, les auteurs adoptent le schéma de discrétisation LOAD⁴ et une résolution par l'algorithme SIMPLE⁵. Les résultats (distribution de pression et de vitesse) sont en bon accord avec ceux de Bankston et al. [BaC/1971] puis de Rohani et al.

⁴ Locally Analytical Differencing Scheme proposé par Wong et Raithby (1979)

⁵ Développé par Patankar et Spalding (1972)

[RoA/1974]. On note que la zone adiabatique a tendance à diminuer lorsque le flux imposé augmente du fait d'une conduction axiale importante aux grands nombres de Reynolds.

- Prise en compte du régime transitoire

Jaroslaw et al. [JaL/2005] proposent une simulation numérique et l'expérimentation d'un caloduc à eau en phase transitoire. Les dimensions du caloduc sont : $d/L_e/L_c/L=4/25/25/200$ mm. La simulation des transferts de masse et de chaleur dans le caloduc est effectuée sous Fluent 6.0[®] (logiciel CFD⁶) en modèle 3D (Figure 1- 24).

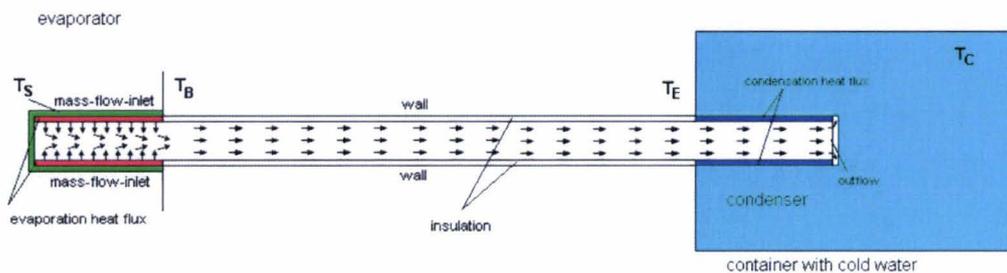


Figure 1- 24. Schéma du caloduc, Jaroslaw et al. [JaL/2005]

Ces auteurs [JaL/2005] entreprennent par la suite une expérimentation qui a permis de valider leurs résultats. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les données expérimentales (cf. Figure 1- 25) d'où la validation de la simulation numérique. Le régime transitoire dure entre 20 et 30 secondes et la conductivité thermique équivalente du caloduc dépend du temps, elle augmente très vite en phase transitoire pour se stabiliser entre 15 et 30 kW/m.K.

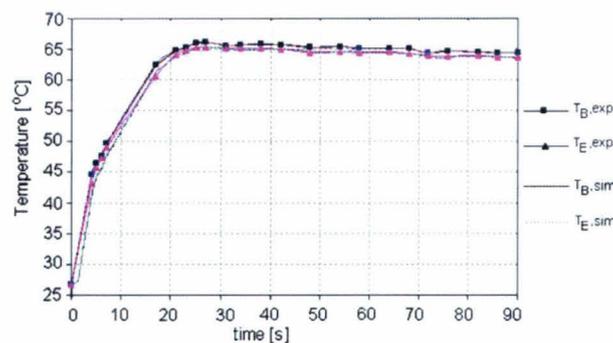


Figure 1- 25. Comparaison des résultats numériques et expérimentaux ($P = 4,05$ W), Jaroslaw et al. [JaL/2005]

En 2004, Xuan et al. [XuY/2004] publient un modèle numérique transitoire validé par l'expérimentation d'un caloduc plat (diffuseur thermique). Le caloduc est constitué de deux plaques : l'évaporateur et le condenseur. Seule la surface intérieure du condenseur comporte

⁶ Computer Fluid Dynamics

un réseau capillaire en poudre de cuivre frittée. Les performances du caloduc (FHP) sont comparées à une barre de cuivre (Solid copper plate) de dimensions équivalentes. On note un excellent fonctionnement isothermique (fonction spreader) et une bonne dissipation thermique (évolution axiale de température à la Figure 1- 26) du caloduc par rapport au cuivre. Le régime permanent est atteint au bout de 200 secondes.

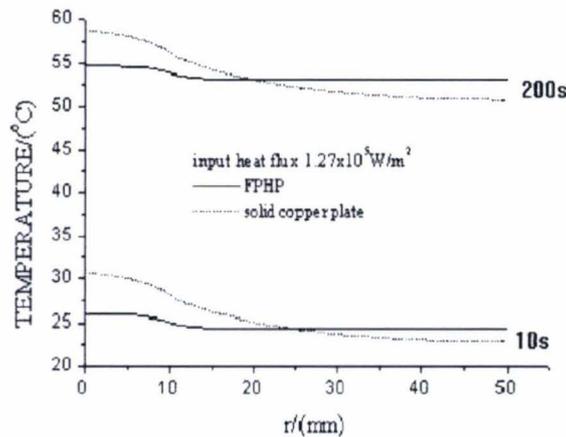


Figure 1- 26. Caractéristiques isothermiques comparées du caloduc et de la barre de cuivre par Xuan et al. [XuY/2004]

Vadakkan et al. [VaU/2003] proposent une analyse transitoire d'un caloduc plat par un modèle numérique bidimensionnel. Les dimensions du caloduc sont : $L_c/L_c/L/h = 19/19/58/2,8$ mm. Ils analysent l'influence de la section de passage de la vapeur sur les performances du caloduc. Les auteurs proposent un schéma numérique stable pour la résolution du couplage des équations de continuité, de quantité de moment et d'énergie par une méthode de volume fini et une résolution par l'algorithme SIMPLE. Les résultats numériques sont conformes aux résultats expérimentaux. Le régime transitoire dure environ 100 secondes. L'augmentation du diamètre de la section de passage de la vapeur entraîne une diminution de la pression différentielle de l'interface liquide-vapeur et donc une baisse de l'écart de température entre l'évaporateur et le condenseur, d'où la dissipation de plus de puissance.

Pour caractériser les performances en phase transitoire Vadakkan et al. [VaU/2000] ont proposé un modèle numérique bidimensionnel d'un caloduc plat. Les dimensions géométriques du caloduc dans le plan $x y$ sont : $L_c/L_c/L/h = 50/150/300/37,7$ mm. Le modèle permet d'étudier l'influence de trois paramètres (la puissance de charge⁷, l'épaisseur de l'enveloppe et la porosité du milieu capillaire) sur la performance du caloduc. La définition d'une conductivité thermique équivalente du caloduc permet de caractériser sa performance.

⁷ Allant de 50 à 325 W

Les écoulements sont supposés laminaires et incompressibles. La vapeur se comporte comme un gaz parfait, saturé et l'interface liquide-vapeur est à l'équilibre thermodynamique. Les résultats montrent que le régime permanent est atteint au bout de 3000 s et ce quelle que soit la charge à l'évaporateur (Figure 1- 27). Les conclusions ont été les suivantes : la conductance thermique en régime permanent est constante ($4,8 \text{ W/}^\circ\text{C}$) et indépendante de la charge, la porosité de la structure capillaire influence fortement la limite capillaire, tandis que l'épaisseur de l'enveloppe influe énormément sur la performance du caloduc. En effet, plus l'épaisseur augmente, meilleure est la conductance équivalente (pour une épaisseur de 3,175 mm la conductance vaut $4,2 \text{ W/}^\circ\text{C}$ et pour une épaisseur de 12,7 mm elle passe à $6 \text{ W/}^\circ\text{C}$). Les auteurs notent l'effet de la propagation de la zone de condensation dans la zone adiabatique, observation déjà faite en 1996 par Ismail et al. [IsK/1996], à savoir que lorsque le flux imposé à l'évaporateur augmente, la délimitation de la zone adiabatique tend à disparaître au profit de la condensation et de l'évaporation.

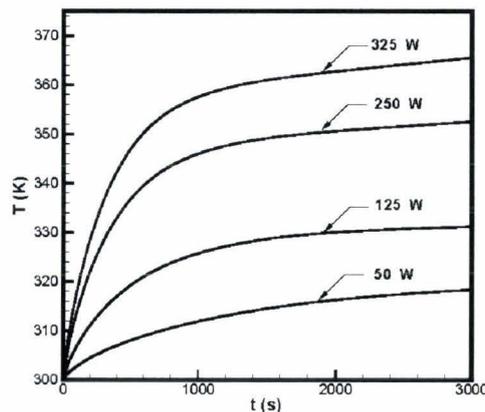


Figure 1- 27. Variation en phase transitoire de la température pariétale en fin de section de l'évaporateur, Vadakkan et al. [VaU/2000]

Une autre analyse des performances du fonctionnement en régime transitoire et permanent a été effectuée par Sobhan et al. [SoC/2000]. Ils proposent une discrétisation par différence finie et une résolution par l'algorithme SIMPLE des équations de continuité, de quantité de moment et d'énergie (avec prise en compte de la dissipation visqueuse dans la vapeur) pour les écoulements vapeur et liquide et l'équation d'énergie dans l'enveloppe (matière). Les hypothèses de calcul sont identiques à celles du modèle précédent et les forces de volumes sont négligées. Les dimensions du caloduc sont : $L_e/L_c/L/h = 100/100/300/18,5$ mm. Une densité de flux uniforme de 1 W/m^2 est imposée à l'évaporateur tandis que le condenseur est représenté par un coefficient d'échanges équivalent à $1 \text{ kWm}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Dans ce

modèle on néglige la conduction transversale (radiale) dans le liquide et l'enveloppe. Le régime transitoire est défini comme étant la période au bout de laquelle l'écart, entre le flux absorbé à l'évaporateur et le flux évacué au condenseur, est de 0,3% ; ici on obtient 3200 secondes. En régime permanent, la différence de température entre évaporateur et condenseur est de $\Delta T = 20\text{ °C}$ (Figure 1- 28), ce qui représente 83% de la différence de température dans le cas d'un block de cuivre creux de dimensions équivalentes au caloduc ($\Delta T = 123\text{ °C}$) et 52% de la différence de température dans le cas d'un block non creux ($\Delta T = 42\text{ °C}$). Les auteurs remarquent que l'effet de la dissipation visqueuse (prise en compte dans l'équation d'énergie de la vapeur) sur la distribution de température est négligeable du fait des faibles vitesses de vapeur.

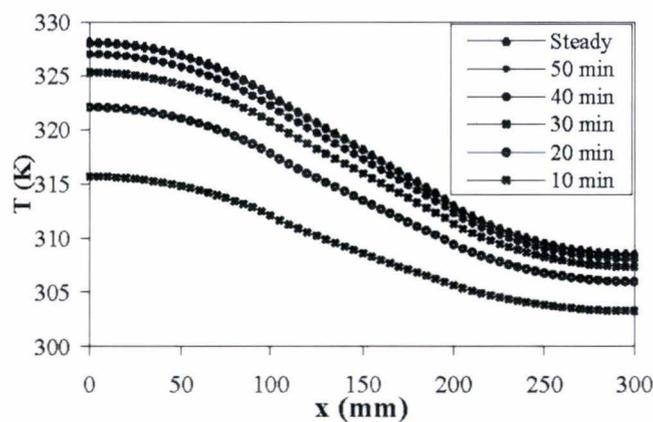


Figure 1- 28. Distribution de température le long du caloduc à différents instants, Sobhan et al. [\[SoC/2000\]](#)

En 2004 Vadakkan et al. [\[VaU/2004\]](#) ont réalisé une analyse tridimensionnelle d'un caloduc plat (Cuivre/eau) soumis à deux sources de chaleur discrètes. Le modèle permet d'étudier l'influence de la disposition des sources (distances entre les sources) sur les performances du caloduc et de prévoir les zones d'assèchement (dry out). Les écoulements de la vapeur et du liquide sont supposés laminaires, incompressible dans un milieu isotrope. L'écoulement du liquide dans la structure poreuse est représenté par le modèle de Brinkman-Forchheimer (modèle étendu de Darcy). Le débit massique, la température et la pression à l'interface liquide-vapeur sont déterminés par un bilan d'énergie, l'équation de Clausius-Clapeyron et la théorie cinétique des gaz de Carey (1992). La structure capillaire est en poudre de cuivre frittée et posée sur la face supérieure où sont appliquées les flux de chaleur. Les deux sources délivrent une puissance totale de 30 W et ont chacune 1 cm^2 de surface de base. La résolution numérique est similaire à celle de Vadakkan [\[VaU/2004\]](#). La durée du

régime transitoire est indépendante de la distribution de puissance des sources et vaut 100 secondes. Le flux thermique évacué au condenseur ne dépend pas (Figure 1- 29) de la distribution de puissance des sources mais celle-ci influence la localisation de la zone de température maximum sur la surface extérieure. La valeur de la température maximale est liée à la distance entre la source la plus chaude et le condenseur, ce qui traduit l'importance de la diffusion axiale dans le milieu capillaire et l'enveloppe.

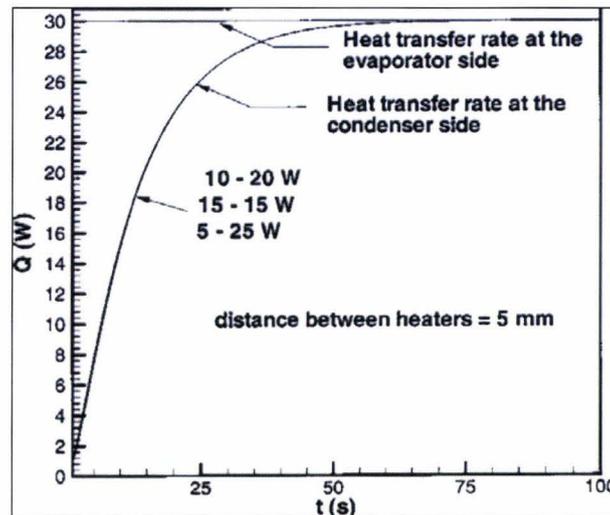


Figure 1- 29. Evolution temporelle du flux thermique au condenseur, Vadakkan et al. [VaU/2004]

La Figure 1- 30 illustre l'influence de la distance entre les sources sur le profil de pression à l'interface liquide-vapeur, pour une distribution de puissance 5-25W. L'augmentation de l'espacement entre sources à l'évaporateur conduit à une réduction à une réduction de la différence de pression capillaire à l'évaporateur et donc une augmentation de la valeur du rayon de pore maximum qui passe en effet de $1,37.10^{-1}$ à $1,8.10^{-1}$ mm, [VaU/2004].

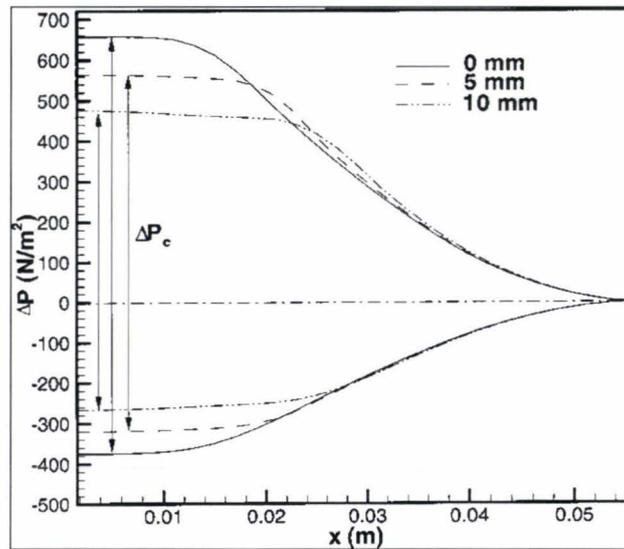


Figure 1- 30. Profil de pression du liquide et de la vapeur en fonction de l'espacement entre source froide et chaude, Vadakkan et al. [VaU/2004].

Conclusion sur les modèles présentés

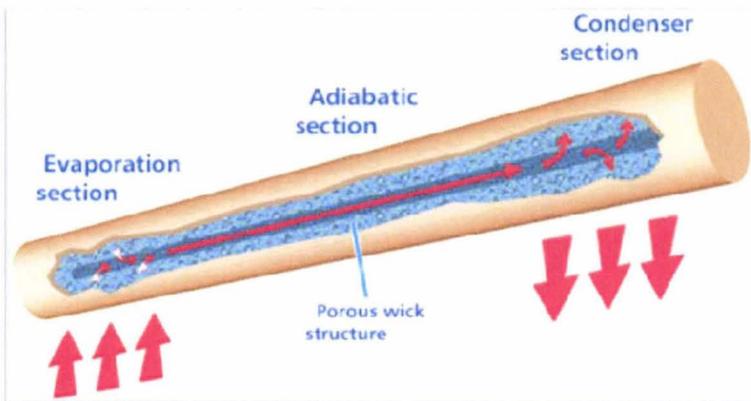
Les modèles présentés supposent globalement un écoulement laminaire et incompressible. Cependant, lorsque le flux de chaleur imposé devient important, le phénomène d'évaporation s'accélère engendrant de grandes vitesses d'écoulement de vapeur d'où l'apparition de phénomènes de compressibilité. A l'état actuel de notre étude, nous n'avons pas encore trouvé dans la littérature, de publications qui intègrent la compressibilité dans la modélisation même si l'on sait que dans le cas de l'application du caloduc pour le refroidissement de l'alternateur, cette problématique est essentielle car les conditions de fonctionnement envisagées sont assez sévères (*plus de 400 W, et température ambiante de 125°C*). Toutefois, on a relevé qu'en 1989, Chen et Faghri (cité dans Vadakkan et al. [VaU/2004]) ont présenté une analyse numérique pour le comportement global de caloducs avec une seule ou plusieurs sources. L'analyse inclut la conduction thermique dans la paroi et la structure capillaire, ainsi que l'effet de compressibilité de la vapeur. Dans le cas de fonctionnement à haute température, les effets de compressibilité se sont révélés être très important.

Les modèles ne tiennent pas compte de la variation des sections de passage du fluide pouvant résulter d'une courbure éventuelle du caloduc. En effet, l'intégration du caloduc dans l'alternateur impose des contraintes physiques de forme et de courbure du caloduc. De ce fait,

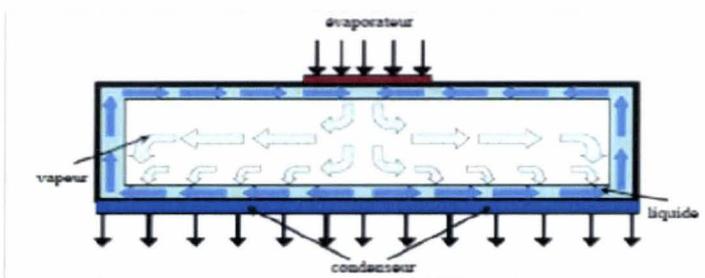
les sections de passage pourraient être variables et des courbures complexes envisagées. Toth et al. [ToJ/1998] indiquent que pour un caloduc cylindrique, le rayon de courbure est typiquement limité à 3 fois le diamètre du caloduc.

Conclusion

L'analyse de la littérature a permis de développer deux approches permettant d'étudier les caloducs, l'une servant à définir le domaine de fonctionnement optimal (dimensionnement) et l'autre d'appréhender le comportement et les performances locales du caloduc. Les chapitres qui suivent exposent en détails le concept des modèles élaborés dans le cadre de cette thèse. La validation des modèles proposés reste une étape décisive à examiner car la comparaison des résultats obtenus à ceux de travaux d'autres auteurs ainsi qu'à des essais expérimentaux devra permettre de conclure.



CHAPITRE 2 : MODELES DE CALODUC ELABORES



Boomsrud

Introduction

Pour prendre en compte les exigences et spécificités de fonctionnement des machines alerno-démarreur, l'étude de modélisation a été menée en caractérisant les performances du caloduc suivant les deux modes réversibles de la machine, à savoir le mode alternateur (régime permanent) et le mode démarreur (régime transitoire). Les différentes approches de modélisations mises en œuvre au cours de cette thèse ainsi que leurs concepts sont présentés dans ce chapitre, comme suit.

En mode alternateur, le modèle dit « modèle de dimensionnement », est élaboré et sert au dimensionnement du caloduc. Il permet de prévoir les performances globales du caloduc et d'établir des critères d'intégration du caloduc (limites de fonctionnement) permettant d'obtenir des performances optimales.

En mode démarreur, une approche système a permis d'élaborer un modèle dit « modèle zéro dimension (0D) » qui permet de déterminer la réponse transitoire en température uniforme du caloduc soumis à la charge thermique dissipée par le composant électronique de l'alternateur. Parce que ce modèle considère une température uniforme du caloduc, un autre modèle dit « à deux températures » a été élaboré et permet de mieux identifier la réponse transitoire en température de l'évaporateur et du condenseur. Ces deux précédents modèles ne prennent pas en compte les variations locales en températures du caloduc et peuvent conduire à une sur (sous) estimation des performances du caloduc. Ainsi un troisième modèle dit « modèle thermique 2D transitoire » permet de simuler le comportement thermique et les performances locales du caloduc ; à travers le bilan des transferts thermiques et massiques de l'enveloppe du caloduc. Même si ce modèle caractérise les transferts thermiques locaux, il n'intègre pas réellement le transport fluide (mécanisme hydrodynamique) au sein du caloduc. Pour cela, le quatrième modèle dit « modèle thermo-hydrodynamique transitoire » a été développé et adapté pour la simulation des diffuseurs thermiques. Il consiste au couplage d'un modèle thermique 3D transitoire et d'un modèle hydrodynamique 2D transitoire.

Afin d'intégrer les mécanismes de transferts thermiques et massiques à l'interface liquide-vapeur, un modèle microrégion de l'interface a été développé. Ce modèle est dit « modèle d'évaporation de la microrégion ». Ce modèle permettra une meilleure détermination du flux d'évaporation.

2.1. Modèle de dimensionnement de caloduc

2.1.1. Concept du dimensionnement

Il s'agit de déterminer les performances maximales d'un caloduc en fonction des températures de fonctionnement et des caractéristiques géométriques du caloduc. Ce modèle permettra de déterminer la zone de fonctionnement du caloduc et donc de connaître à l'avance la charge limite admissible à l'évaporateur. La procédure élaborée est illustrée à la Figure 2- 1 et se structure en trois parties à savoir l'entrée, la fonction calcul et la sortie.

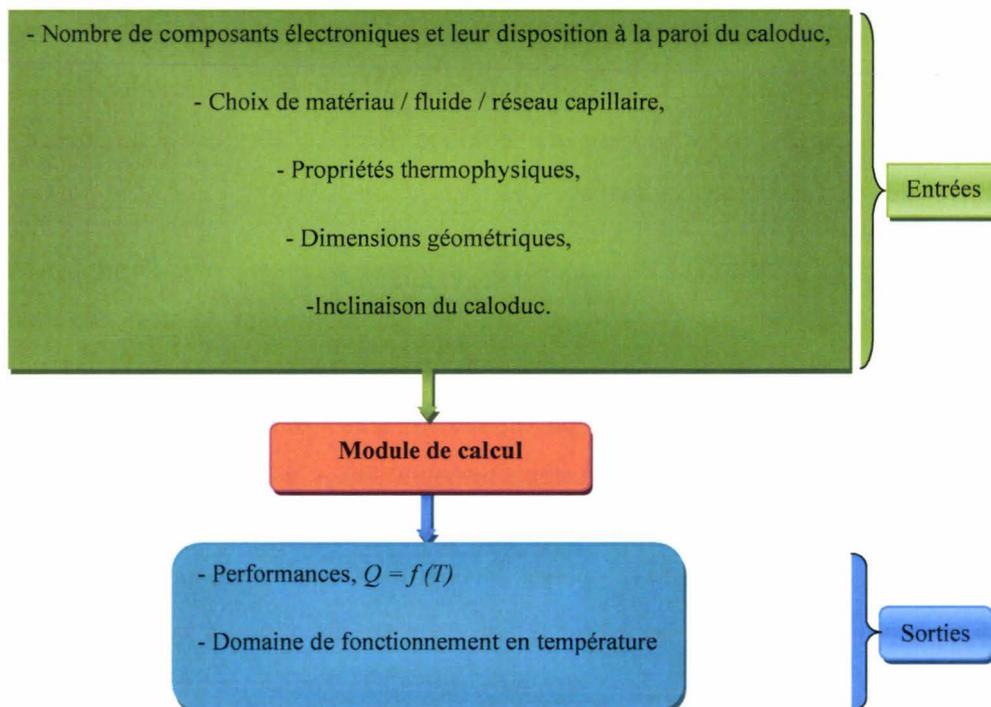


Figure 2- 1. Schéma de principe du modèle de dimensionnement

2.1.2. Détermination de la capacité de transport : module de calcul

Le modèle reprend les différentes corrélations des limites de fonctionnement d'un caloduc, à savoir les limites sonique, visqueuse, d'entraînement et d'ébullition. Ces corrélations sont généralement admises dans la littérature et leur démonstration ici nous paraît peu utile. Pour cela nous nous contenterons de décrire brièvement l'ensemble des formules et corrélations utilisées par le modèle. Seule l'expression de la limite capillaire, principale limite en termes de fonctionnement des caloducs, fera l'objet d'une description détaillée étant donné que nous avons développé une expression plus approfondie et originale que celle existant communément dans la littérature.

Dans la littérature, on note que l'écoulement de la phase vapeur est très peu lié au comportement de la phase liquide comme nous l'avons explicité au chapitre précédent. En effet, les variations de l'épaisseur du film liquide ont une influence négligeable voire nulle (cas des caloducs à milieu poreux) sur la section de la phase vapeur. Ainsi, il est possible de déterminer la capacité de transport d'un caloduc en ne prenant en compte que la phase vapeur [RoC/2003] ; en témoigne l'expression des limites visqueuse, sonique, d'entraînement et d'ébullition.

La capacité maximale de transport Q_{\max} du caloduc est définie comme étant la valeur minimum de ces cinq limites correspondant à la température de fonctionnement considérée :

$$Q_{\max}(T_v) = \min \begin{bmatrix} Q_{vis}(T_v) \\ Q_s(T_v) \\ Q_{ent}(T_v) \\ Q_b(T_v) \\ Q_{cap}(T_v) \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2- 1}$$

2.1.2.1. La limite visqueuse Q_{vis}

La limite visqueuse apparaît dans le caloduc lorsque sa température de fonctionnement (celle de vapeur) est proche du point triple du fluide caloporteur. La masse volumique de la vapeur devient très faible (du fait de la chute de pression) et la différence de températures aux extrémités du caloduc devient très importante, cf. Eq. 2-2 et Figure 2- 2. Pour le tracé de la Figure 2- 2, la température T_{triple} représente la température du point triple associée à chaque fluide, la température T étant un balayage de différentes valeurs de température permettant ainsi de confronter la tendance de la dérivée de courbe de saturation de divers fluides caloducs.

$$dT = \frac{T}{\rho_v h_{fg}} dP \quad \text{Eq. 2- 2}$$

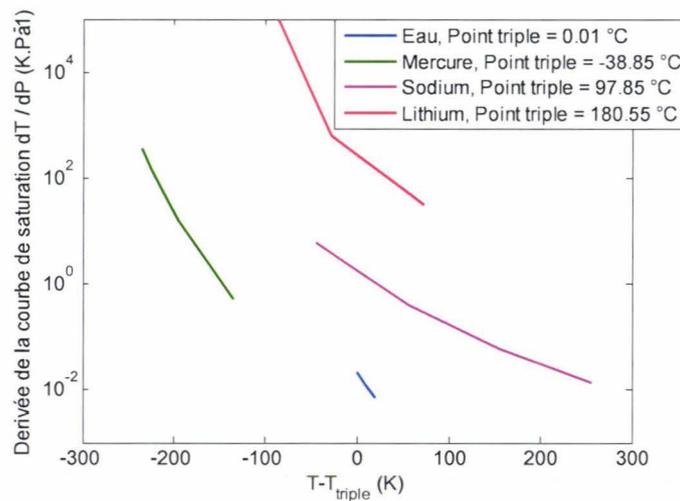


Figure 2- 2. Variation de la courbe de saturation, illustration de l'équation 2-2

L'origine de la limite visqueuse réside dans le fait que la pression à l'évaporateur n'est pas suffisante pour permettre à la vapeur de vaincre les frottements visqueux au cours de son écoulement jusqu'au condenseur. Cette limite se manifeste principalement pour les caloducs dont le liquide caloporteur est constitué de métaux liquides (Figure 2- 2). Nous admettons dans ce travail l'expression du flux thermique établie par Busse en 1973 :

$$Q_{vis} = \frac{r_v^2 R_g \rho_v^2 h_{fg} T_v}{16L_{eff} \mu_l} \tag{Eq. 2- 3}$$

Cette formulation donne un ordre de grandeur de la limite visqueuse et doit être prise avec beaucoup de précautions étant donnée l'approximation d'un écoulement vapeur isotherme utilisée.

2.1.2.2. La limite sonique Q_s

La limite sonique trouve son origine dans la chute de pression inertielle dans l'écoulement vapeur conduisant à des vitesses de vapeur proches de la vitesse sonique. Plusieurs expressions du flux thermique ont été testées (cf. Annexe 2- 1) et nous retenons la formulation proposée par Buse [BuC/1973] :

$$Q_s = 0,4742 \sqrt{R_g} A_v h_{fg} \sqrt{\rho_v^2 T_v} \tag{Eq. 2- 4}$$

2.1.2.3. La limite d'entraînement Q_{ent}

Cette limite résulte des effets de cisaillement à l'interface liquide – vapeur du fait de la circulation à contre-courant des phases vapeur et liquide en contact direct dans le caloduc. Lorsque les forces de cisaillement sont importantes, il peut se produire des fluctuations spatiales et temporelles de l'interface conduisant à un entraînement de la phase liquide par la phase vapeur. Cette limite d'entraînement est très difficile à évaluer et les nombreuses approches dans la littérature indiquent une forte dispersion des valeurs fournies par les corrélations disponibles dans la littérature [RoC/2000 - FaA/1994]. Ces relations présentent l'intérêt de pouvoir déterminer rapidement un ordre de grandeur de la limite mais ne doivent pas être considérées comme suffisantes dans la plupart des cas.

Cependant la formulation classique de Cotter (1967) [FaA/1994], qui traduit l'égalité entre les contraintes de cisaillement de la vapeur et celles de la tension superficielle, semble apte à déterminer la limite d'entraînement avec une bonne précision.

Les forces de cisaillement à l'interface liquide – vapeur sont proportionnelles à la vitesse moyenne axiale \bar{u}_i et s'expriment par :

$$F_{lv} = C_1 \frac{\rho_v \bar{u}_i^2 A_{lv}}{2} \quad \text{Eq. 2- 5}$$

Où C_1 est le coefficient de frottement inertiel, supposé constant.

Les forces de tension superficielles qui maintiennent la cohésion des gouttelettes liquide à l'interface liquide-vapeur se traduisent par :

$$F_{\sigma} = C_2 \sigma P \quad \text{Eq. 2- 6}$$

Où C_2 est un coefficient tel que $C_1 / C_2 \approx 8$, Kemme (1976), et P est le périmètre mouillé tel

que $R_{h,w} = \frac{2A_{lv}}{P}$ caractérise le rayon hydraulique des pores de la structure capillaire.

Selon Cotter la limite d'entraînement est atteinte lorsque le nombre de Webber (rapport entre ces deux types de force) est semblable à l'unité, à savoir :

$$We = \frac{F_{lv}}{F_{\sigma}} = \frac{C_1}{C_2} \frac{A_{lv}}{2P} \frac{\rho_v \bar{u}_i^2}{\sigma} \approx 2R_{h,w} \frac{\rho_v \bar{u}_i^2}{\sigma} \cong 1 \quad \text{Eq. 2- 7}$$

D'où l'expression de la vitesse moyenne permet de déduire la puissance thermique correspondant à la limite d'entraînement :

$$Q_{ent} = A_v h_{fg} \left(\frac{\sigma \rho_v}{2R_{h,w}} \right)^{1/2} \quad \text{Eq. 2- 8}$$

2.1.2.4. La limite d'ébullition Q_b

Pour les caloducs à pompage capillaire, la limite d'ébullition se définit comme étant le flux maximal transférable radialement sans apparition de bulle de vapeur dans la structure capillaire. La naissance d'une bulle sur la paroi solide de la structure capillaire permet d'augmenter localement le coefficient d'échange thermique ce qui peut paraître favorable mais, si la bulle grossit sans se détacher ou si elle explose contre l'interface, le gradient de pression au sein de la phase liquide peut être fortement perturbé entraînant alors une diminution importante du pompage capillaire conduisant au blocage du caloduc.

Nous admettons la formulation proposée par Kraus et Bar-Cohen (cité dans [\[BrD/2003\]](#)) déterminant le flux d'ébullition par :

$$Q_b = \frac{2\pi L_e \lambda_{eff} T_v}{h_{fg} \rho_v \ln\left(\frac{r_i}{r_v}\right)} \left(\frac{2\sigma}{r_n} - \Delta P_c \right) \quad \text{Eq. 2- 9}$$

2.1.2.5. La limite capillaire Q_{cap}

Cette limite est essentielle pour le fonctionnement du caloduc (à pompage capillaire). En fonctionnement, l'écoulement de la vapeur de l'évaporateur au condenseur s'accompagne d'une chute de pression (pertes de charge vapeur). De même, le retour du liquide du condenseur à l'évaporateur, à travers le réseau capillaire, s'accompagne d'une chute de pression (pertes de charge liquide). Pour que le caloduc puisse continuer à fonctionner, il faut que ces chutes de pression soient compensées par la pression motrice développée par le réseau capillaire. La limite capillaire est atteinte lorsque l'effet de pompage du réseau capillaire n'arrive plus à vaincre les chutes de pression et ne permet plus la circulation du fluide. Nous présentons dans cette partie une méthode de prédiction des chutes de pression vapeur et liquide, dans le cas d'une application de multiples sources de chaleur (évaporateurs).

Le bilan de pression pour un fonctionnement optimal du caloduc s'établit comme suit :

$$\Delta p_{cap,max} \geq \Delta p_l + \Delta p_v + \Delta p_g + \Delta p_{e,\delta} + \Delta p_{c,\delta} \quad \text{Eq. 2- 10}$$

Avec,

$\Delta p_{cap,max}$ la pression capillaire motrice (maximale) est explicitée dans la section suivante,

Δp_v et Δp_l respectivement les pertes de charge dans l'écoulement vapeur et liquide. Ces chutes de pression sont déterminées à partir d'une modélisation de l'écoulement fluide comme suit aux sections 2.1.2.5.b et 2.1.2.5.c,

$\Delta p_g = -\rho_l g L_{eff} \sin(\phi) + \rho_l g d_l \cos(\phi)$ caractérise les pertes de charges initiées par la pesanteur en fonction de l'inclinaison du caloduc d'un angle ϕ par rapport à l'horizontale, Figure 1- 15, L_{eff} représente la longueur effective du caloduc [FaA/1994] donnée par

$$L_{eff} = \frac{1}{2}L_e + L_a + \frac{1}{2}L_c,$$

$\Delta p_{e,\delta}$ et $\Delta p_{c,\delta}$ sont respectivement les pertes de pression liées au changement de phase évaporation – condensation. Dans une approche globale de dimensionnement ces pertes peuvent être négligées par rapport aux autres termes de chutes de pression [FaA/1994].

Déterminer la limite capillaire revient à déterminer les pertes de charge $\Delta p_{cap,max}$, Δp_v et Δp_l telles que :

$$\Delta p_{cap,max} + \rho_l g L_{eff} \sin(\phi) - \rho_l g d_l \cos(\phi) = \Delta p_l + \Delta p_v \quad \text{Eq. 2- 11}$$

2.1.2.5.a. La pression motrice capillaire $\Delta p_{cap,max}$

La pression motrice capillaire correspond à la différence de pression capillaire à l'évaporateur et au condenseur. Elle représente le gain de pression engendré par les effets capillaires pour compenser les pertes de charge dans les écoulements du fluide. $\Delta p_{cap,max}$ est calculée en évaluant la courbure maximale que peut prendre l'interface liquide-vapeur dans la zone d'évaporation. Son expression est fonction du type de structure capillaire. On la détermine en général grâce à l'équation de Laplace-Young en considérant un rayon de pore effectif r_{eff} :

$$\Delta p_{cap,max} = \frac{2\sigma}{r_{eff}} \quad \text{Eq. 2- 12}$$

Le rayon effectif r_{eff} est déterminé en fonction de la nature de la structure capillaire. On trouve dans Romestant [RoC/2000] ou Faghri [FaA/1994] des formules de calcul du rayon effectif de réseaux capillaires couramment utilisés.

2.1.2.5.b. Les pertes de charge dans la phase liquide Δp_l

On procède à une analyse de l'écoulement du liquide dans la mèche (structure capillaire) en admettant les hypothèses suivantes de l'écoulement liquide :

- ✓ écoulement permanent,
- ✓ unidirectionnel (selon l'axe x), Figure 2- 3,
- ✓ incompressible, laminaire,
- ✓ la mèche est supposée homogène, isotrope et assimilée à un milieu poreux caractérisé par une porosité ε , et une perméabilité K .

Les équations qui gouvernent l'écoulement liquide s'écrivent dans le plan 2D (r sens radial, x sens axial, cf. Figure 2- 3) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial r} + \frac{v_l}{r} &= 0 \\ \frac{1}{\varepsilon^2} \left(u_l \frac{\partial u_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial u_l}{\partial r} \right) &= -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial x} - \frac{v_l}{K} u_l + \frac{v_l}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 u_l}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_l}{\partial r} \right) \right] \end{aligned} \quad \text{Eq. 2- 13}$$

En négligeant le gradient de vitesse radiale ($\frac{\partial u_l}{\partial x} \gg \frac{\partial v_l}{\partial r}, \frac{\partial u_l}{\partial r} \approx 0$), l'équation Eq. 2- 13 devient :

$$\begin{aligned} v_l &= -r \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial p_l}{\partial x} &= -\frac{\mu_l}{K} u_l - \frac{\rho_l}{\varepsilon^2} u_l \frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\mu_l}{\varepsilon} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x^2} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2- 14}$$

La conservation de masse entre liquide et vapeur se traduit par :

$$\dot{m}_l = \rho_l A_l u_l = -\dot{m}_v \Rightarrow u_l = -\frac{\dot{m}_v}{\rho_l A_l} \quad \text{Eq. 2- 15}$$

L'équation Eq. 2- 14 devient finalement :

$$v_l = -\frac{r}{\rho_l A_l} \frac{\partial \dot{m}_v}{\partial x}$$

Eq. 2- 16

$$\frac{\partial p_l}{\partial x} = \frac{\mu_l}{K \rho_l A_l} \dot{m}_v - \frac{\rho_l}{(\varepsilon \rho_l A_l)^2} \dot{m}_v \left(\frac{\partial \dot{m}_v}{\partial x} \right) - \frac{\mu_l}{\varepsilon \rho_l A_l} \left(\frac{\partial^2 \dot{m}_v}{\partial x^2} \right)$$

En supposant une distribution de flux uniforme le long du caloduc, le débit masse de vapeur suit une loi linéaire en fonction de la charge thermique imposée à la paroi du caloduc (hypothèse couramment utilisée, [FaA/1994 - IvML/2005]). Dans une configuration typique du refroidissement de l'électronique alterno-démarrreur par caloduc, la Figure 2- 3 illustre le profil axial du débit masse le long du caloduc.

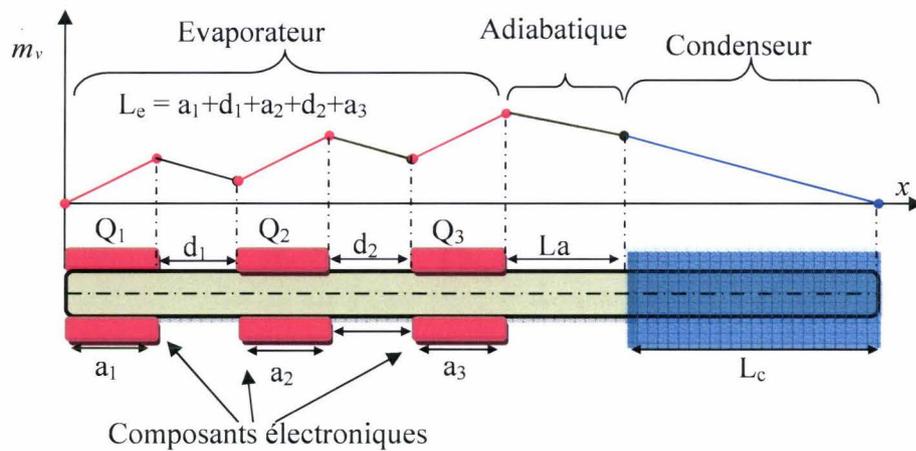


Figure 2- 3. Evolution du débit masse vapeur le long du caloduc, montage de 3 composants électroniques par face évaporateur

Les charges thermiques Q_i , sont supposées constantes et réparties uniformément sur la longueur a_i , Figure 2- 3.

L'expression analytique du débit de vapeur est une combinaison de polynôme de premier degré :

$$m_v = \frac{1}{h_{fg}} \left\{ \begin{array}{ll} \frac{x}{a_1} Q_1 & \text{: sous le 1^{er} composant} \\ (1 - \alpha_{d1}) Q_1 + \frac{(a_1 + d_1) - x}{d_1} \alpha_{d1} Q_1 & \text{: entre le 1^{er} et le 2^{ème} composant} \\ (1 - \alpha_{d1}) Q_1 + \frac{x - (a_1 + d_1)}{a_2} Q_2 & \text{: sous le 2^{ème} composant} \\ \left[(1 - \alpha_{d2}) + \alpha_{d2} \frac{(L_e - a_3) - x}{d_2} \right] \times [(1 - \alpha_{d1}) Q_1 + Q_2] & \text{: entre le 2^{ème} et le 3^{ème} composant} \\ \underbrace{(1 - \alpha_{d2}) [(1 - \alpha_{d1}) Q_1 + Q_2]}_{=Q_{12}} + \frac{x - (a_1 + d_1 + a_2 + d_2)}{a_3} Q_3 & \text{: sous le 3^{ème} composant} \\ \left[(1 - \alpha_{La}) + \alpha_{La} \frac{L_e + La - x}{L_a} \right] \times (Q_{12} + Q_3) & \text{: sous la zone adiabatique} \\ (1 - \alpha_{La}) \times (Q_{12} + Q_3) \frac{L_e + L_a + L_c - x}{L_c} & \text{: sous le condenseur} \end{array} \right.$$

Le débit de vapeur, étant fonction que de l'abscisse x , l'équation Eq. 2-16 permet d'écrire le gradient local de pression sous la forme :

$$\frac{dp_l}{dx} = \frac{\mu_l}{K\rho_l A_l} \dot{m}_v - \frac{\rho_l}{2(\varepsilon\rho_l A_l)^2} \frac{d}{dx} \left(\dot{m}_v^2 \right) - \frac{\mu_l}{\varepsilon\rho_l A_l} \frac{d^2}{dx^2} \left(\dot{m}_v \right) \quad \text{Eq. 2- 17}$$

Le troisième terme du membre de droite de l'équation précédente est nul car le débit est supposé linéaire par rapport à x .

La chute de pression dans l'écoulement liquide est alors obtenue par intégration de l'équation Eq. 2-17 le long du caloduc en supposant que le point mouillé (point x_m où la pression du liquide est égale à celle de la vapeur $p_l(x_m) = p_v(x_m)$) se situe à l'extrémité du condenseur :

$$\Delta p_l = \int_{x=0}^{x=L} \left(\frac{dp_l}{dx} \right) dx = \frac{\mu_l}{K\rho_l A_l} \int_{x=0}^{x=L} \dot{m}_v(x) dx - \frac{\rho_l}{2(\varepsilon\rho_l A_l)^2} \underbrace{\int_0^L \frac{d}{dx} \left(\dot{m}_v^2 \right) dx}_{\cong 0} \quad \text{Eq. 2- 18}$$

Le terme $\int_0^L \frac{d}{dx} \left(\dot{m}_v^2 \right) dx$ est nul car le débit vapeur étant supposée nul aux extrémités ($x=0$ et $x=L$), son carré l'est aussi aux extrémités. La chute de pression est directement proportionnelle au terme Darcien $\frac{\mu_l}{K\rho_l A_l}$ compte tenu des hypothèses faites.

Par substitution de l'expression de \dot{m}_v dans l'équation Eq. 2-18 et après intégration, on obtient la formule suivante pour la chute de pression dans le liquide :

$$\Delta p_l = F_l \times B \times Q_1 \quad \text{Eq. 2- 19}$$

Avec $F_l = \frac{\mu_l}{KA_l \rho_l h_{fg}}$ le coefficient de frottement,

$$B = \frac{a_1}{2} + d_1 \left(1 - \frac{\alpha_{d1}}{2}\right) + a_2 \left(\frac{\eta_{21}}{2} + 1 - \alpha_{d1}\right) + d_2 (\eta_{21} + 1 - \alpha_{d1}) \left(1 - \frac{\alpha_{d2}}{2}\right) + a_3 \left[\frac{\eta_{31}}{2} + \alpha\right] \\ + La (\eta_{31} + \alpha) \left(1 - \frac{\alpha_{La}}{2}\right) + \frac{Lc}{2} (\eta_{31} + \alpha) (1 - \alpha_{La}) \\ \alpha = (1 - \alpha_{d2}) (\eta_{21} + 1 - \alpha_{d1}), \quad \eta_{21} = \frac{Q_2}{Q_1}, \quad \eta_{31} = \frac{Q_3}{Q_1}$$

Les coefficients α_{d1} , α_{d2} et α_{La} caractérisent les taux de pertes thermiques (échanges thermiques avec l'extérieur) respectivement dans les zones de longueur d_1 (entre le 1^{ier} et le 2^{ième} composant) d_2 (entre le 2^{ième} et le 3^{ième} composant) et L_a (zone adiabatique). Ces coefficients de pertes ont une valeur comprise entre 0 et 1. Dans le cas d'une hypothèse d'échanges adiabatiques dans ces zones, on a $\alpha_{d1} = \alpha_{d2} = \alpha_{La} = 0$. L'introduction de ces coefficients permettra d'estimer globalement les pertes liées au transport de chaleur et donc de s'affranchir de cette hypothèse simplificatrice, généralement admise dans la littérature.

2.1.2.5.c. Les pertes de charge dans la phase vapeur Δp_v

Dans une approche de dimensionnement, le modèle de Chi (cité dans Kim et G. Peterson (1994)) est souvent utilisé car permettant de déterminer de façon simple la chute de pression de la vapeur. Nous présentons ici, succinctement le modèle de Chi et l'adaptions à la configuration de refroidissement des multiples sources chaudes. Les pertes de pression dans la vapeur sont obtenues en suivant une démarche similaire au cas du liquide (simplification du bilan de quantité de mouvement) :

$$\frac{dp_v}{dx} = -F_v h_{fg} \dot{m}_v - D_v h_{fg}^2 \frac{d^2}{dx^2} (\dot{m}_v^2) \quad \text{Eq. 2- 20}$$

Où $F_v = \frac{\mu_v (f_v \text{Re}_v)}{2r_{h,v} \rho_v A_v h_{fg}}$ et $D_v = \frac{\beta}{\rho_v A_v^2 h_{fg}^2}$ sont respectivement les termes de frottement

visqueux et de pression dynamique dans l'écoulement vapeur.

$r_{h,v}$ est le rayon hydraulique de la section de passage de la vapeur.

Le nombre de poiseuille ($f_v Re_v$) et le coefficient β sont déterminés en fonction du régime d'écoulement de la vapeur lorsque le nombre de Mach est inférieur à 0,2.

En écoulement laminaire et incompressible ($Re < 2300$ et $Ma < 0.2$), on a :

$$(f_v Re_v) = 16 \text{ et } \beta = 1.33 \text{ où } Re_v = \frac{2r_{h,v}}{\rho_v A_v} m_v \quad Ma_v = \frac{m_v}{\rho_v A_v \sqrt{\gamma_v R_{g,v} T_v}}$$

Alors qu'en régime turbulent et incompressible ($Re \geq 2300$ et $Ma < 0.2$), on a :

$$(f_v Re_v) = 0.075 Re_v^{3/4} \text{ et } \beta \approx 1 \text{ où } Re_v = \frac{2r_{h,v}}{\rho_v A_v} m_v \quad Ma_v = \frac{m_v}{\rho_v A_v \sqrt{\gamma_v R_{g,v} T_v}}$$

A partir du profil de débit vapeur défini précédemment (Figure 2- 3), les pertes de pression vapeur sont données par :

$$\Delta p_v = -F_v h_{fg} \int_0^{L_c} m_v dx \Leftrightarrow \Delta p_v = \begin{cases} F_{v,lami} \times B \times Q_1 & \text{: en régime laminaire} \\ F_{v,tur} \times B_{7/4} \times Q_1^{7/4} & \text{: en régime turbulent} \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 21}$$

où : B est similaire au coefficient précédemment défini à l'équation Eq. 2-18,

$$F_{v,lami} = \frac{8\mu_v}{r_{h,v}^2 A_v \rho_v} \quad F_{v,tur} = \frac{0.0395}{8} F_{v,lami} h_{fg} \left(\frac{2r_{h,v}}{A_v \mu_v} \right)^{3/4} h_{fg}^{-7/4}$$

$$B_{7/4} = \frac{4}{11} a_1 + d_1 \left(1 - \frac{4}{11} \alpha_{d1}^{7/4} \right) + a_2 \left(\frac{4}{11} \eta_{21}^{7/4} + 1 - \alpha_{d1}^{7/4} \right) + d_2 \left(\eta_{21}^{7/4} + 1 - \alpha_{d1}^{7/4} \right) \left(1 - \frac{4}{11} \alpha_{d2}^{7/4} \right)$$

$$+ a_3 \left(\frac{4}{11} \eta_{31}^{7/4} + \alpha_{7/4} \right) + L_a \left(\eta_{31}^{7/4} + \alpha_{7/4} \right) \left(1 - \frac{4}{11} \alpha_{La}^{7/4} \right) + \frac{4}{11} L_c \left(\eta_{31}^{7/4} + \alpha_{7/4} \right) \left(1 - \alpha_{La}^{7/4} \right)$$

$$\text{où } \alpha_{7/4} = \left(1 - \alpha_{d2}^{7/4} \right) \left(\eta_{21}^{7/4} + 1 - \alpha_{d1}^{7/4} \right)$$

La connaissance des différents termes de pertes de pressions $\Delta p_{c,max}$ (cf. Eq. 2-12), Δp_i (cf. Eq. 2-19) et Δp_v (cf. Eq. 2-21) permet de déterminer la puissance maximale correspondant à la limite de fonctionnement traduite par l'équation Eq. 2-11.

Expression analytique de la limite capillaire

En substituant les expressions des différentes pertes de charges dans l'équation Eq. 2-11, on obtient une équation à une inconnue, dont la résolution permet de déterminer la puissance correspondant à la limite capillaire Q_{cap} :

$$\begin{aligned}
 B(F_{v,lami} + F_l)Q_{cap} - \frac{2\sigma}{r_{eff}} - \rho_l gL \sin(\phi) + \rho_l g d_l \cos(\phi) &= 0 && \text{: en régime laminaire} \\
 F_{v,tur} B_{7/4} Q_{cap}^{7/4} + F_l B Q_{cap} - \frac{2\sigma}{r_{eff}} - \rho_l gL \sin(\phi) + \rho_l g d_l \cos(\phi) &= 0 && \text{: en régime turbulent}
 \end{aligned}$$

Eq. 2- 22

2.2. Modèle zéro dimension « 0D »

2.2.1. Les fondements du modèle

Il s'agit dans une approche grossière, d'établir une première solution approchée de la réponse transitoire du caloduc en vue de caractériser le refroidissement de l'électronique alerno-démarrreur. Les flux dissipés sont supposés connus et varient en fonction du temps suivant le cycle de démarrage considéré. Ce modèle se fonde sur une approche globale au travers d'une analyse élémentaire conduisant à la réduction du nombre de dimensions et de variable du problème. Le problème est alors supposé globalement uni-variable, la variable étant ici la température uniforme du caloduc. On applique en fait la méthode dite 'de milieu uniforme ou 0 dimension' au caloduc.

En effet, le caloduc ayant une conductivité thermique élevée et de faibles dimensions, les transferts thermiques à la paroi externe sont modérés et on peut considérer une température uniforme du caloduc à chaque instant t . Cela revient à dire que le nombre de Biot du système reste inférieur à 0.1. Le nombre de Biot est défini par le rapport de la résistance thermique interne à la résistance externe :

$$Bi = \frac{\text{Résistance interne}}{\text{Résistance externe}} = \frac{h_c L_{eff}}{\lambda_{eq}(T)} \quad \text{Eq. 2- 23}$$

où h_c est le coefficient de convection au condenseur,

$$L_{eff} \text{ représente la longueur effective du caloduc : } L_{eff} = \frac{1}{2} L_e + L_a + \frac{1}{2} L_c,$$

$\lambda_{eq}(T)$ est la conductivité thermique équivalente du caloduc, c'est la résultante des conductivités des différents constituants du caloduc (enveloppe, mèche et vapeur).

La Figure 2- 4 montre que pour les plages de fonctionnement en température courante (20 à 200°C) et les conditions typiques de transfert au condenseur, le postulat du modèle ($Bi < 0,1$) est bien justifié.

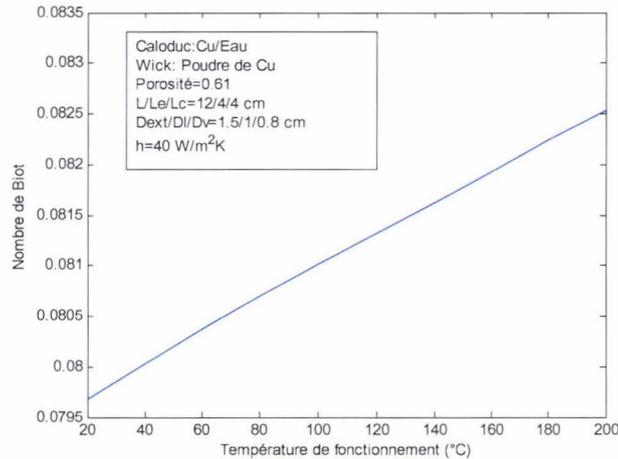


Figure 2- 4. Nombre de Biot du caloduc suivant la température de fonctionnement

Ce modèle constitue un outil rapide et simple pour déterminer les performances transitoires, en termes d'échauffement du caloduc et aussi de fournir une première comparaison entre le refroidissement par caloduc et celui par dissipateur.

2.2.2. Mise en équation et résolution

Le caloduc est représenté par un système homogène à la frontière duquel on identifie les différents échanges d'énergie avec le milieu extérieur, Figure 2- 5.

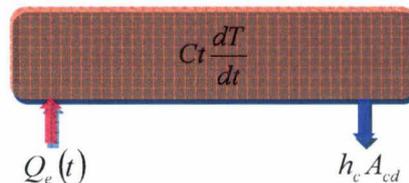


Figure 2- 5. Schéma du caloduc par le modèle 0D

Sous l'hypothèse d'une température uniforme du caloduc à chaque instant, le bilan d'énergie (convection au condenseur et charge thermique à l'évaporateur) s'écrit :

$$Ct \frac{dT}{dt} = Q_e(t) - h_c A_{cd} (T - T_a) \quad \text{Eq. 2- 24}$$

Avec $h_c A_{cd}$ la conductance thermique effective du condenseur, permettant de prendre en compte l'implantation d'ailettes au condenseur,

$Q_e(t)$ la dissipation thermique instantanée d'un composant électronique,

Ct la capacité thermique équivalente du système constitué par l'enveloppe, la mèche saturée en liquide et la vapeur.

La capacité équivalente du caloduc est formulée par :

$$Ct = (\rho Cp)_{env} V_{env} + (\rho Cp)_{eff} V_l + (\rho Cp)_v V_v \quad \text{Eq. 2- 25}$$

où $(\rho Cp)_{eff} = \varepsilon(\rho Cp)_l + (1 - \varepsilon)(\rho Cp)_s$, l'indice s caractérisant le matériau de la mèche.

Les volumes de l'enveloppe, de la mèche et de la vapeur sont respectivement déterminés par :

$$V_{env} = \frac{\pi}{4} (D_{ext}^2 - D_l^2) L, V_l = \frac{\pi}{4} (D_l^2 - D_v^2) L, V_v = \frac{\pi}{4} D_v^2 L \quad \text{Eq. 2- 26}$$

Dans le cas d'un dissipateur (barreau) équivalent au caloduc, la capacité du système s'écrit :

$$Ct = (\rho Cp)_{env} V, \text{ avec } V = \frac{\pi}{4} D_{ext}^2 L \quad \text{Eq. 2- 27}$$

La résolution analytique de l'équation Eq. 2-24 est légère et très simple. C'est en effet une équation différentielle de premier ordre dont la solution est de type exponentielle :

$$T(t) = R_c Q_e(t) + T_a + [T(t = t_0) - T_a - R_{th,c} Q_e(t)] \exp\left(-\frac{t - t_0}{Ct R_c}\right) \quad \text{Eq. 2- 28}$$

Où $R_c = \frac{1}{h_c A_{cd}}$ est la résistance thermique équivalente du condenseur.

Cette expression analytique permet de rendre compte de l'évolution temporelle de température dans le cas d'une fluctuation du flux Q_e au cours du temps (par exemple une combinaison de créneaux de flux).

Le modèle 0D ainsi formulé repose sur des hypothèses simplificatrices très fortes (Nombre de Biot $< 0,1$, caloduc à température uniforme), qui ne peuvent toujours être satisfaites. La première limite réside en effet dans la définition même d'une température

uniforme qui physiquement n'est pas recevable. Car le principe du transport thermique de l'évaporateur au condenseur implique l'existence d'un gradient de pression et donc de température, aussi faible soit-il, entre ces deux sections. Par ailleurs, on note aussi que le présent modèle ne caractérise pas les effets d'évaporation et de condensation qui pourtant sont le fondement même des transferts thermiques par caloduc. Du fait de ces limitations, nous proposons dans la section suivante, une modélisation dite « à deux températures », décrivant davantage le mécanisme de fonctionnement du caloduc en phase transitoire.

2.3. Modèle « à deux températures »

2.3.1. Principe du modèle à deux températures

Cette approche de modélisation est un raffinement du modèle 0D précédemment présenté. On se propose ici d'intégrer, dans une approche globale, les principaux mécanismes de transferts thermiques et de masse dans le caloduc. Les performances du caloduc sont caractérisées par la détermination des températures moyennes des deux principales sections du caloduc : évaporateur et condenseur. Ce modèle est dit « à deux températures » car le caloduc y est distingué en deux zones de températures : température uniforme de la zone chaude (évaporateur) et celle de la zone froide (condenseur), Figure 2- 6.

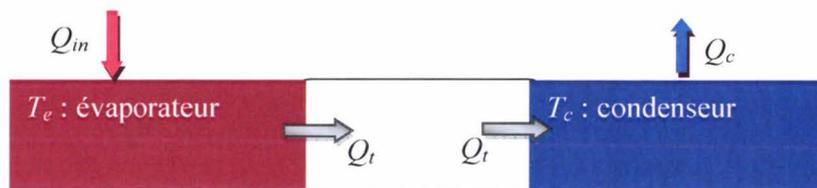


Figure 2- 6. Schéma du caloduc représenté par le modèle à deux températures

Où T_e et T_c sont les températures respectivement à l'évaporateur et au condenseur,

Q_{in} représente la puissance thermique de charge à l'évaporateur,

Q_t est la puissance thermique transportée de l'évaporateur au condenseur,

Q_c caractérise la puissance thermique évacuée au condenseur.

Ce modèle se distingue de ceux couramment rencontrés dans la littérature [[AFa/1994 - FaA/1994](#)] par la caractérisation du flux de transport et par l'identification d'une température spécifique à chaque section évaporateur et condenseur. En effet Faghri et al. [[AFa/1994](#)] dans leur approche zéro dimension n'identifient qu'une seule température pour ces zones. Cette

approximation limite donc leur modèle puisque c'est la différence de température évaporateur-condenseur, aussi faible soit elle, qui gouverne le transport de chaleur entre le condenseur et évaporateur. Le modèle que nous proposons intègre le temps du transport entre ces deux sections et permet de mieux prendre en compte les « effets caloduc ».

2.3.2. Mise en équations

On établit dans chaque section déjà identifiée le bilan énergétique instantané :

$$C_e \frac{dT_e}{dt} = Q_{in} - Q_t \quad \text{: à l'évaporateur} \quad \text{Eq. 2- 29}$$

$$C_c \frac{dT_c}{dt} = Q_t - Q_c \quad \text{: au condenseur}$$

où C_e et C_c sont les capacités thermiques équivalentes de l'évaporateur et du condenseur. On explicite dans la suite les différents termes de flux mis en jeu dans cette équation bilan.

La puissance thermique Q_c évacuée au condenseur s'écrit en supposant une condition de convection :

$$Q_c = \frac{T_c - T_a}{R_c} \quad \text{avec} \quad R_c = \frac{1}{h_c A_{cd}} \quad \text{Eq. 2- 30}$$

Le flux thermique Q_t , qui résulte de l'existence du gradient de pression et donc de température entre l'évaporateur et le condenseur, est caractérisé par :

- la conduction axiale dans l'enveloppe (paroi métallique) : Q_{env}
- la conduction axiale dans la mèche (milieu poreux) : Q_{me}
- les transferts de masse par évaporation-condensation (évaporation du débit m_l de liquide et condensation du débit m_v de vapeur) : Q_{ec}

On peut donc écrire :

$$Q_t = Q_{env} + Q_{me} + Q_{ec} \quad \text{Eq. 2- 31}$$

2.3.2.1. Expression des différentes résistances thermiques

On admet que chaque mécanisme peut être représenté par une résistance thermique équivalente. Ainsi, on peut donc écrire Q_t sous la forme :

$$Q_t = \frac{T_e - T_c}{R_t} = \frac{T_e - T_c}{R_{env}} + \frac{T_e - T_c}{R_{me}} + \frac{T_e - T_c}{R_{ec}} \quad \text{Eq. 2- 32}$$

Avec cette équation, on identifie alors une résistance globale du transport thermique entre les sections évaporateur et condenseur par :

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_{env}} + \frac{1}{R_{me}} + \frac{1}{R_{ec}} \quad \text{Eq. 2- 33}$$

La résistance thermique associée à la conduction axiale est donnée par :

- pour un caloduc cylindrique $R_{env} = \frac{L_{eff}}{\pi(R_{env,ext}^2 - R_{env,int}^2)\lambda_{env}}$, $L_{eff} = 0.5L_e + L_a + 0.5L_c$

- pour un caloduc plat (géométrie cartésienne)

$$R_{env} = \frac{L_{eff}}{Ep_{env} \times \text{larg eur(ou profondeur)} \times \lambda_{env}}, L_{eff} = 0.5L_e + L_a + 0.5L_c$$

Où $R_{env,ext}$ et $R_{env,int}$ sont respectivement le rayon externe et interne de la couche d'enveloppe.

De même, la résistance associée à la conduction axiale dans la mèche est donnée par :

$$R_{me} = \frac{L_{eff}}{\pi(R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2)\lambda_{me}} \text{ pour un caloduc cylindrique}$$

Où λ_{me} est la conductivité thermique équivalente du réseau capillaire donnée en fonction du type de mèche [FaA/1994].

La chaleur liée au transfert de masse par évaporation - condensation est traduite par :

$$Q_{ec} = \dot{dm} \times h_{fg} \text{ avec } \dot{dm} = \left| \dot{m}_v + \dot{m}_l \right|$$

Où \dot{m}_v est le débit massique de vapeur transporté entre les deux sections

\dot{m}_l est le débit massique de liquide échangé entre ces deux sections

h_{fg} est la chaleur latente du fluide caloduc

Si on admet que l'écoulement du liquide est régi par la loi de Darcy, on alors néglige les effets inertiels et on peut écrire :

$$U_l = -\frac{K}{\mu_l} \frac{\Delta P}{L_{eff}} \Rightarrow \dot{m}_l = -\varepsilon \rho_l S \frac{K}{\mu_l L_{eff}} \Delta P, S = \pi (R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2) \quad \text{Eq. 2-34}$$

Avec $\Delta P = p_e - p_c$ la différence de pression côté liquide entre l'évaporateur et le condenseur,

ε , K la porosité et la perméabilité de la structure capillaire.

Pour l'écoulement laminaire de la phase vapeur, si on admet la relation de Poiseuille, on peut écrire :

$$\dot{m}_v = \rho_v \frac{\pi R_v^4}{8 \mu_v L_{eff}} \Delta P \quad \text{Eq. 2-35}$$

La différence de pression ΔP est obtenue par la formule de Clapeyron :

$$\frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{h_{fg}}{v_{fg} T_f} \Rightarrow \Delta P = \left(\frac{h_{fg}}{v_{fg} T_f} \right) (T_e - T_c) \quad \text{Eq. 2-36}$$

Où $v_{fg} = \rho_v^{-1} - \rho_l^{-1}$

T_f représente la température de référence (ou de fonctionnement), pouvant être prise égale à :

$$T_f = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\frac{T_e(t) + T_c(t)}{2} \right] \quad \text{Eq. 2-37}$$

L'expression de la puissance transférée par évaporation-condensation est alors :

$$Q_{ec} = \left[\rho_v \frac{\pi R_v^4}{8 \mu_v L_{eff}} - \varepsilon \rho_l \frac{\pi (R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2) K}{\mu_l L_{eff}} \right] \left(\frac{h_{fg}^2}{v_{fg} T_f} \right) (T_e - T_c) \quad \text{Eq. 2-38}$$

La résistance associée à l'évaporation – condensation est alors :

$$R_{ec} = \frac{v_{fg} T_f}{h_{fg}^2 \left[\frac{\rho_v \pi R_v^4}{8 \mu_v L_{eff}} - \varepsilon \rho_l \frac{\pi (R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2) K}{\mu_l L_{eff}} \right]} \quad \text{Eq. 2-39}$$

En combinant les équations Eq. 2-34 à Eq. 2-39, on obtient l'expression de la résistance thermique globale par :

$$\frac{1}{R_t} = \left\{ \frac{h_{fg}^2 \left[\frac{\rho_v \pi R_v^4}{8 \mu_v L_{eff}} - \varepsilon \rho_l \frac{\pi (R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2) K}{\mu_l L_{eff}} \right]}{\nu_{fg} T_f} + \frac{\pi (R_{env,ext}^2 - R_{env,int}^2) \lambda_{env} + \pi (R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2) \lambda_{eff}}{L_{eff}} \right\} \quad \text{Eq. 2- 40}$$

On peut déjà noter que le premier terme sera dominant par rapport aux deux autres, car les mécanismes de transport au sein du caloduc sont essentiellement gouvernés par l'évaporation-condensation (premier terme) :

$$\frac{1}{R_t} \approx \frac{h_{fg}^2}{\nu_{fg} T_f} \left[\frac{\rho_v \pi R_v^4}{8 \mu_v L_{eff}} - \varepsilon \rho_l \frac{\pi (R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2) K}{\mu_l L_{eff}} \right]$$

2.3.2.2. Expression des capacités thermiques équivalentes

La capacité thermique totale à l'évaporateur est donnée par :

$$C_e = (\rho C p V)_{env} + (\rho C p V)_{me} + (\rho C p V)_v$$

Avec $(\rho C p V)_{env} = (\rho C p)_{env} \pi (R_{env,ext}^2 - R_{env,int}^2) L_e$ la capacité thermique de l'enveloppe,

$(\rho C p V)_{me} = [\varepsilon (\rho C p)_l + (1 - \varepsilon) (\rho C p)_s] \pi (R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2) L_e$ la capacité thermique équivalente de la structure capillaire,

$(\rho C p V)_v = (\rho C p)_v \pi R_v^2 L_e$ la capacité thermique de la vapeur.

D'où on a finalement :

$$C_e = \pi L_e \left\{ \begin{array}{l} (\rho C p)_{env} (R_{env,ext}^2 - R_{env,int}^2) \\ + [\varepsilon (\rho C p)_l + (1 - \varepsilon) (\rho C p)_s] \pi [R_{me,ext}^2 - R_{me,int}^2] \\ + (\rho C p)_v R_v^2 \end{array} \right\} \quad \text{Eq. 2- 41}$$

De même au condenseur on a :

$$C_c = C_e \left(\frac{L_c}{L_e} \right) \quad \text{Eq. 2- 42}$$

Avec ces différentes expressions, l'équation du modèle à deux températures devient :

$$(S) \begin{cases} \frac{dT_e}{dt} = \frac{Q_{in}}{C_e} - \frac{T_e - T_c}{\tau_{t,e}} & : \text{avec } \tau_{t,e} = C_e R_t \cong C^{te} > 0 \\ \frac{dT_c}{dt} = \frac{T_e - T_c}{\tau_{t,c}} - \frac{T_c - T_a}{\tau_c} & : \text{avec } \tau_{t,c} = C_c R_t \cong C^{tc} > 0, \tau_c = C_c R_c \cong C^{tc} > 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 43}$$

La résolution de cette équation peut être faite soit numériquement ou analytiquement.

2.3.3. Résolution du système d'équations

2.3.3.1. Solution analytique du problème

Le système à résoudre (Eq. 2-43) se réécrit sous la forme matricielle suivante :

$$(S) \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_e \\ T_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_{t,e} & 1/\tau_{t,e} \\ 1/\tau_{t,c} & -(1/\tau_{t,c} + 1/\tau_c) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_e \\ T_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{in}/C_e \\ T_a/\tau_c \end{bmatrix}$$

La résolution du système (S) est équivalente à la recherche de la solution, au sens matriciel, de l'équation :

$$(S) \Leftrightarrow \frac{dT}{dt} = AT + B \quad \text{Eq. 2- 44}$$

$$\text{Avec } T = \begin{bmatrix} T_e \\ T_c \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1/\tau_{t,e} & 1/\tau_{t,e} \\ 1/\tau_{t,c} & -(1/\tau_{t,c} + 1/\tau_c) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} Q_{in}/C_e \\ T_a/\tau_c \end{bmatrix}$$

La résolution de cette équation différentielle (Eq. 2-44) de premier ordre est une combinaison linéaire de la solution du régime transitoire et celle du régime permanent. Le détail de la démarche suivie est fourni en Annexe 2-2. La solution analytique complète du problème à deux températures est traduite par :

$$T_e(t) = T_a + \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} + \frac{1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \times \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (b-a+c+\lambda_1) \exp[\lambda_1(t-t_0)] \\ - \left[\begin{array}{l} (\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (b-a+c+\lambda_2) \exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{array} \right\}$$

$$T_c(t) = T_a + \left(\frac{b}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} + \frac{1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \times \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (-a+b-\lambda_1) \exp[\lambda_1(t-t_0)] \\ - \left[\begin{array}{l} (\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (-a+b-\lambda_2) \exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{array} \right\}$$

Eq. 2- 45

La différence $T_e - T_c$ de température entre l'évaporateur et le condenseur se déduit alors par :

$$T_e - T_c = \left(\frac{c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} + \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] \frac{c+2\lambda_1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \exp[\lambda_1(t-t_0)] \\ - \left[\begin{array}{l} (\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] \frac{c+2\lambda_2}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{array} \right\}$$

Eq. 2- 46

2.3.3.2. Solution numérique du problème

Le système à résoudre étant de la forme :

$$(S) \Rightarrow \begin{cases} \frac{dT_e}{dt} = \frac{Q_{in}}{C_e} - \frac{T_e - T_c}{\tau_{t,e}} & \text{avec } \tau_{t,e} = C_e R_t \cong Cte > 0 \\ \frac{dT_c}{dt} = \frac{T_e - T_c}{\tau_{t,c}} - \frac{T_c - T_a}{\tau_c} & \text{avec } \tau_{t,c} = C_c R_t \cong Cte > 0, \tau_c = C_c R_c \cong Cte > 0 \end{cases}$$

On lui applique la méthode des différences finies sous un schéma implicite. Cela conduit à un système d'équations discrètes sous la forme :

$$(S) \Rightarrow \begin{cases} \frac{T_e^n - T_e^{n-1}}{\Delta t} = \frac{Q_{in}^n}{C_e} - \frac{T_e^n - T_c^n}{\tau_{t,e}} \\ \frac{T_c^n - T_c^{n-1}}{\Delta t} = \frac{T_e^n - T_c^n}{\tau_{t,c}} - \frac{T_c^n - T_a}{\tau_c} \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 47}$$

L'équation à résoudre peut être mise sous la forme :

$$(S) \Rightarrow AT^n = B \text{ avec } A = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{t,e}}\right) & -\frac{\Delta t}{\tau_{t,e}} \\ -\frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} & \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} + \frac{\Delta t}{\tau_c}\right) \end{bmatrix}, T^n = \begin{bmatrix} T_e^n \\ T_c^n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} T_e^{n-1} + \frac{\Delta t Q_{in}^n}{C_e} \\ T_c^{n-1} + \frac{\Delta t T_a}{\tau_c} \end{bmatrix}$$

La matrice A est bien inversible car son déterminant est défini non nul (strictement positif).

En effet on a :

$$\det(A) = \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{t,e}}\right) \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} + \frac{\Delta t}{\tau_c}\right) - \frac{\Delta t}{\tau_{t,e}} \frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} = \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} + \frac{\Delta t}{\tau_c}\right) + \frac{\Delta t}{\tau_{t,e}} \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_c}\right) > 0$$

La méthode numérique est simple et consiste en l'inversion de la matrice A pour calculer les valeurs de température, à chaque pas de temps. On résout donc à chaque instant n :

$$T^n = A^{-1} \times B \text{ avec } A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} + \frac{\Delta t}{\tau_c}\right) & \frac{\Delta t}{\tau_{t,e}} \\ \frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} & \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{t,e}}\right) \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2- 48}$$

Pour une bonne stabilité de ce schéma de calcul, on pourra poser le critère suivant quant au choix de la valeur du pas temporel de discrétisation :

$$\frac{\Delta t}{\tau_{t,e}} + \frac{\Delta t}{\tau_{t,c}} + \frac{\Delta t}{\tau_c} \ll 1 \Rightarrow \Delta t \ll \left(\frac{1}{\tau_{t,e}} + \frac{1}{\tau_{t,c}} + \frac{1}{\tau_c}\right)^{-1} \quad \text{Eq. 2- 49}$$

2.4. Modèle thermique 2D transitoire

2.4.1. Concept du modèle

Contrairement aux deux modèles présentés ci-avant, ce présent modèle permet de déterminer la distribution (en 2D) de température à travers de la paroi enveloppe du caloduc. Il est en outre capable de simuler de multiples sources discrètes (composants électroniques) à la paroi extérieure de l'évaporateur. Ce modèle fournit une analyse davantage précise des performances locales transitoires du caloduc. Ce modèle se fonde sur l'établissement de bilans locaux thermiques et massiques dans l'enveloppe et la structure capillaire du caloduc.

Le modèle développé ici suppose une géométrie cartésienne et bidimensionnelle (2D) du caloduc (Figure 2- 7). Le domaine d'étude est limité aux deux couches supérieures (enveloppe et mèche) du caloduc dans lesquelles on déterminera le champ de température et plus précisément la température pariétale du caloduc au cours de cycle de démarrage d'alternance-démarrage. Cette approximation sous-entend une symétrie (suivant l'axe x) du problème. Dans la mèche on néglige les transferts thermiques par convection par rapport à ceux par conduction, les valeurs de vitesse du liquide étant a posteriori très faibles.

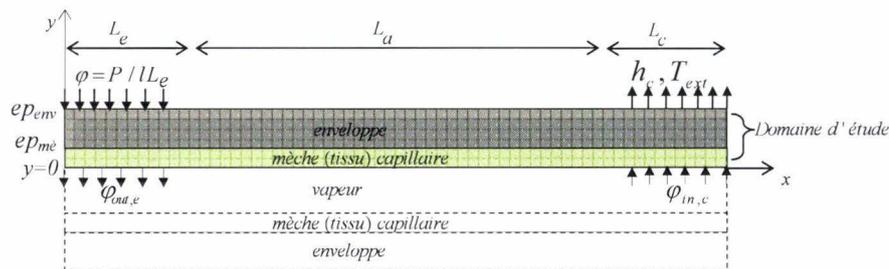


Figure 2- 7. Configuration géométrique du caloduc suivant le modèle thermique 2D transitoire

La chaleur dissipée par le composant électronique est simulée par celle d'une source chaude répartie uniformément sur sa surface de contact avec la paroi de l'évaporateur. Au condenseur les échanges convectifs entre la paroi du caloduc et l'extérieur sont déterminés par la donnée du coefficient d'échange h_c et de la température T_{ext} . Dans la zone adiabatique, on suppose négligeables les échanges de chaleur entre la paroi du caloduc et l'extérieur.

2.4.2. Formulation mathématique du modèle

La diffusion thermique 2D (x, y) au travers de l'enveloppe et de la mèche du caloduc est traduite par l'équation de la chaleur en régime transitoire :

$$(\rho C p)_{eq} \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{eq} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] = 0 \quad \text{Eq. 2- 50}$$

avec $(\rho C p)_{eq}$ et λ_{eq} les propriétés thermophysiques équivalentes :

$$\begin{aligned} (\rho C p)_{eq} &= (\rho C p)_{env}, \quad \lambda_{eq} = \lambda_{env} && \text{: dans l'enveloppe} \\ (\rho C p)_{eq} &= (\rho C p)_{eff} = \varepsilon(\rho C p)_l + (1 - \varepsilon)(\rho C p)_s, \quad \lambda_{eq} = \lambda_{eq,me} && \text{: dans la mèche} \end{aligned}$$

$\lambda_{eq,me}$ est la conductivité thermique équivalente de la mèche saturée par le fluide, elle dépend du type de mèche et de sa porosité. Pour une mèche en poudre métallique, Sobhan et al. [SoC/2000] propose par exemple la formule suivante :

$$\lambda_{eq,me} = \lambda_l \frac{\beta - (1 - \varepsilon)}{\beta + (1 - \varepsilon)}, \text{ où } \beta = \frac{1 + \lambda_s / \lambda_l}{1 - \lambda_s / \lambda_l}$$

Les conditions aux limites du problème

Les conditions aux limites associées au problème se résument comme suit :

- à la paroi externe du caloduc ($y_p = ep_{env} + ep_{mèche}$) :

$$\text{à l'évaporateur : } -\lambda_s \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \right|_{y=ep_{env}+ep_{mèche}} = \varphi,$$

$$\text{zone adiabatique : } -\lambda_s \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \right|_{y=ep_{env}+ep_{mèche}} = 0,$$

$$\text{au condenseur : } -\lambda_s \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \right|_{y=ep_{env}+ep_{mèche}} = h_c (T - T_{ext}).$$

- à la paroi enveloppe/mèche ($y = ep_{mèche}$), on a la continuité des températures

- aux extrémités gauche ($x=0$) et droite ($x=L_e+L_a+L_c=L$) : $-\lambda_{eq} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_x = 0$

- à l'interface liquide-vapeur ($y=0$) :

$$\text{à l'évaporateur : } -\lambda_{eq,mèche} \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \right|_{y=0} = \varphi_{out,e},$$

$$\text{zone adiabatique : } -\lambda_{eq,mèche} \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \right|_{y=0} = h_a (T_\delta - T_v),$$

$$\text{au condenseur : } -\lambda_{eq,me} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \varphi_{in,c}.$$

Avec $\varphi_{out,e}$ et $\varphi_{in,c}$ les densités de flux résultant respectivement de l'évaporation et de la condensation des masses élémentaires $d\dot{m}_e \times dt$ et $d\dot{m}_c \times dt$ dans l'intervalle de temps $[t, t+dt]$,

T_δ la température du condensat (liquide) au voisinage de l'interface liquide-vapeur.

On admet que la température de condensat est semblable à celle de la vapeur: $T_\delta \approx T_v$.

Les conditions aux limites relatives à l'interface liquide-vapeur ($y = 0$) sont problématiques puisque les densités de flux $\varphi_{out,e}$ et $\varphi_{in,c}$ ne sont a priori pas connues, ce qui révèle la nature indéterminée du problème tel que présenté jusqu'ici. Pour cela, nous établissons une relation supplémentaire en suivant une démarche similaire à celle de Watel et al. [WaB/1994].

On suppose que les changements de phase, évaporation-condensation, se déroulent uniquement à l'interface liquide-vapeur caractérisé par la droite $y = 0$. Le bilan de flux et de masse résultant du changement de phase côté évaporateur, dans un volume élémentaire au voisinage de l'interface liquide-vapeur, s'établit comme suit à la Figure 2- 8. On adopte la relation de Faghri [FaA/1994] basée sur l'équilibre thermodynamique et le bilan d'énergie du volume élémentaire de condensat proche de l'interface liquide-vapeur. L'expression du débit élémentaire d'évaporation $d\dot{m}_e$ en fonction de la température d'interface T_δ et du gradient de température proche de l'interface liquide-vapeur s'écrit :

$$d\dot{m}_e = ldx \frac{-\lambda_{eq,me} \left. \frac{\partial T_l}{\partial y} \right|_{y=0, x \leq L_e} + \lambda_v \left. \frac{\partial T_v}{\partial y} \right|_{y=0, x \leq L_e}}{h_{fg} - (Cp_l - Cp_v)T_\delta} \approx -\frac{ldx \lambda_{eq,me}}{dy_\delta} \frac{T|_{y=0, x \leq L_e} - T_\delta}{h_{fg} - (Cp_l - Cp_v)T_\delta} \quad \text{Eq. 2- 51}$$

Dans cette approximation, on admet que le gradient de température dans la vapeur reste

négligeable (vapeur à température uniforme) : $\lambda_v \left. \frac{\partial T_v}{\partial y} \right|_{y=0, x \leq L_e} \approx 0$.

On admet que la température T_δ est uniforme, approximation justifiée selon cet auteur [FaA/1994].

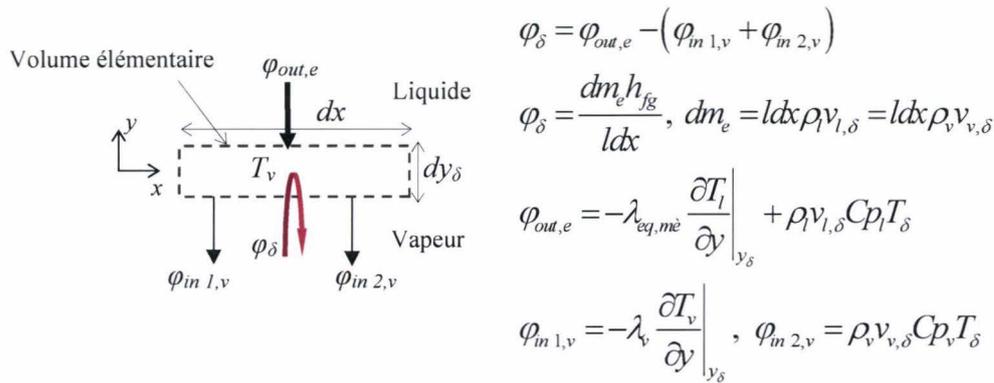


Figure 2- 8. Etablissement du bilan énergétique en considérant un volume élémentaire de condensat proche de l'interface liquide-vapeur, coté évaporateur.

De façon analogue, on établit l'expression du débit élémentaire \dot{m}_c côté condenseur :

$$\dot{m}_c \approx \frac{ldx \lambda_{eq,me}}{dy_\delta} \frac{T|_{y=0}^{L_e+L_v \leq x \leq L_e} - T_\delta}{h_{fg} - (Cp_l - Cp_v)T_\delta} \quad \text{Eq. 2- 52}$$

Les densités de flux $\varphi_{out,e}$ et $\varphi_{in,c}$ se déduisent alors respectivement par :

$$\varphi_{out,e} = \dot{m}_e \frac{h_{fg} + Cp_v T_\delta}{ldx}, \quad \varphi_{in,c} = \dot{m}_c \frac{h_{fg} + Cp_v T_\delta}{ldx} \quad \text{Eq. 2- 53}$$

Si on admet qu'à tout instant, la conservation de masse de liquide évaporée côté évaporateur est égale à celle du condensat apparue au condenseur, la condition de fermeture du problème peut s'écrire (hypothèse de régime quasi-stationnaire) :

$$\int_{x=0}^{x=L_e} \dot{m}_e dx + \int_{x=L_e+L_v}^{x=L} \dot{m}_c dx = 0 \quad \text{Eq. 2- 54}$$

Cette condition de fermeture, permet de déterminer systématiquement la valeur de la température de vapeur T_δ par :

$$\int_{x=0}^{x=L_e} \left(\frac{ldx \lambda_{eq,me}}{dy_\delta} \frac{T|_{y=0}^{x \leq L_e} - T_\delta}{h_{fg} - (Cp_l - Cp_v)T_\delta} \right) dx + \int_{x=L_e+L_v}^{x=L} \left(\frac{ldx \lambda_{eq,me}}{dy_\delta} \frac{T|_{y=0}^{L_e+L_v \leq x \leq L_e} - T_\delta}{h_{fg} - (Cp_l - Cp_v)T_\delta} \right) dx = 0 \quad \text{Eq. 2- 55}$$

La connaissance de la température (équation Eq. 2-55) permet alors de déterminer les densités de flux $\varphi_{out,e}$ et $\varphi_{in,c}$ (équation Eq. 2-53) servant par suite à fixer les conditions aux limites du problème thermique et ainsi résoudre l'équation Eq. 2-50.

Les conditions initiales du problème

Les conditions initiales du problème sont supposées coïncidées avec celles à l'instant t_0 du démarrage, à savoir :

$$\begin{aligned} T(x, y, t_0) &= T_\delta = T_a, \\ d\dot{m}_e(x, t_0) = d\dot{m}_c(x, t_0) &= 0 \Rightarrow \varphi_{out,e}(x, t_0) = \varphi_{in,c}(x, t_0) = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 2- 56}$$

2.4.3. Méthode et procédure de résolution

Nous utilisons la méthode numérique des différences finies avec un schéma implicite pour résoudre les équations identifiées ci-avant. Car ce schéma numérique est inconditionnellement stable. La détermination de la distribution de température dans le domaine d'étude à tout instant t suit les étapes suivantes :

-étape 1 : calcul du champ de température T^{n+1} à l'instant $t+dt$ à partir du champ de température T^n et des densités de flux $\varphi_{out,e}$ et $\varphi_{in,c}$ à l'instant t (équation Eq.2-50),

- étape 2 : détermination de la température de vapeur T_δ à l'instant t (équation Eq.2-55),

- étape 3 : calcul des débits $d\dot{m}_e$ et $d\dot{m}_c$ à l'instant t (équations Eq.2-51 et Eq.2-52),

- étape 4 : détermination des flux $\varphi_{out,e}$ et $\varphi_{in,c}$ (équation Eq.2-53).

Ce procédé permet ainsi de déterminer la distribution de température dans la mèche et l'enveloppe jusqu'à l'instant final du démarrage en assurant la conservation des masses de fluide évaporée et condensée.

2.5. Modèle thermo-hydrodynamique transitoire**2.5.1. Principe de la modélisation**

Cette approche de modélisation consiste à élaborer un modèle thermique 3D transitoire couplé à un modèle hydrodynamique 2D transitoire. La modélisation s'effectue en deux étapes. La conduction thermique à travers les couches d'enveloppe du caloduc (Figure 2- 9) est d'abord déterminée par le modèle thermique 3D transitoire, permettant d'évaluer

précisément les échanges locaux de chaleur au sein du caloduc. Ces échanges provoquent le changement de phase et la mise en mouvement du fluide. L'écoulement dans les espaces liquide et vapeur, supposé bidirectionnel (Figure 2- 9), est ensuite déterminé par le modèle hydrodynamique 2D. Le débit résultant des écoulements liquide et vapeur sert alors à calculer systématiquement le taux d'évaporation-condensation. Une démarche simple et originale est proposée pour résoudre les équations régissant les mécanismes du transport du fluide. La relation de Clausius-Clapeyron est utilisée pour caractériser le changement de phase à l'interface liquide-vapeur. On étend le modèle hydrodynamique de Huang [HuX/1996] à la mèche du caloduc pour déterminer l'écoulement transitoire du liquide. Dans l'espace vapeur, on développe un modèle analogue à celui dans la mèche.

Le modèle développé permet d'obtenir assez finement les évolutions temporelles des pertes de charges liquide et vapeur, celles des températures d'enveloppe et du fluide et ainsi dévaluer les performances transitoires locales du caloduc.

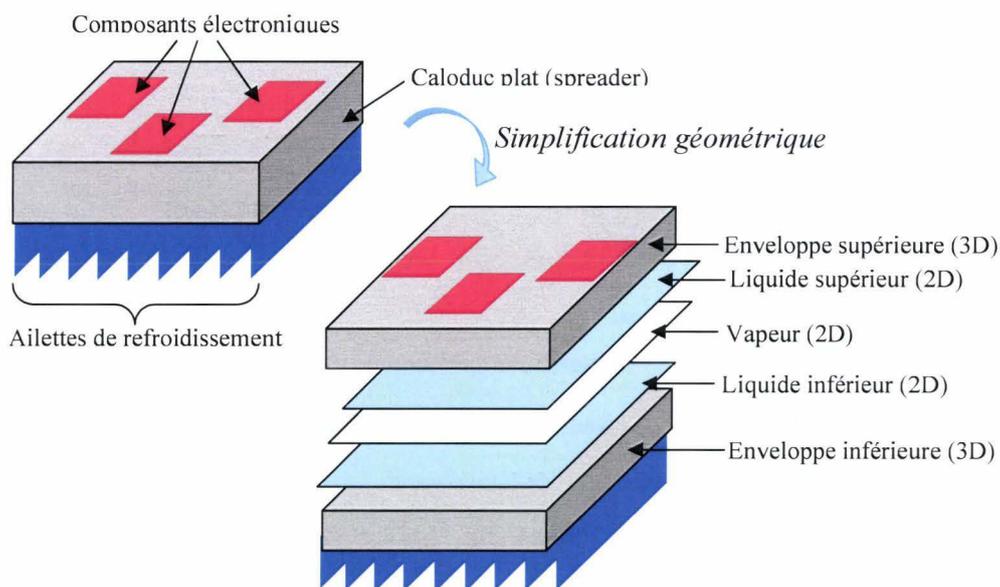


Figure 2- 9. Configuration géométrique typique du caloduc suivant le modèle thermo-hydrodynamique

2.5.2. Formulation mathématique

La configuration géométrique étudiée est illustrée par la Figure 2- 10. Les composants électroniques sont assimilés à des sources chaudes réparties sur la face supérieure du caloduc et des ailettes (sources froides) sont implantées sur la face inférieure, caractérisant le condenseur. Une même structure capillaire (mèche poreuse), de caractéristiques données,

tapisse la paroi interne des deux couches d'enveloppe, Figure 2- 10. On admet dans ce travail que les écoulements de liquide et de vapeur sont laminaires et bidimensionnels (plan x, y). Le transport fluide dans la mèche et l'espace vapeur, est déterminé par un modèle 2D transitoire en adaptant l'approche hydrodynamique proposée par Lefèvre et al. [LeF/2006] ou par Huang [HuX/1996]. Contrairement à ces auteurs, nous n'adoptons pas l'hypothèse simplificatrice de Darcy pour l'écoulement liquide dans la mèche poreuse, mais établissons une équation de pression générale prenant en compte le régime transitoire. Ce modèle est couplé à un modèle thermique 3D transitoire de l'enveloppe. Celui-ci permet de caractériser la diffusion transitoire de la chaleur dans l'enveloppe du caloduc. Les transferts de masse associés aux changements de phase liquide-vapeur servent à définir les conditions aux limites du problème thermique. Les distributions de pression et de vitesse sont calculées en prenant en compte la circulation du liquide entre les couches poreuses. Toutes les surfaces libres des parois sont supposées adiabatiques. La structure capillaire dans laquelle circule le liquide est équivalente à un milieu poreux caractérisé par la perméabilité K , la porosité ε et le rayon de pore équivalent r_{eq} . Les écoulements fluidiques sont supposés laminaires et incompressibles.

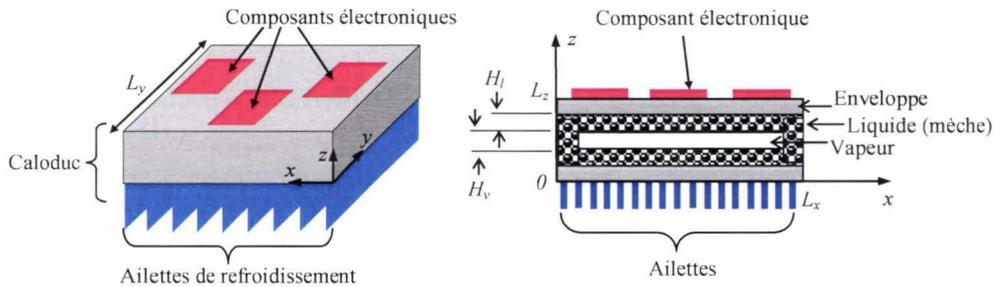


Figure 2- 10. Schéma du caloduc modélisé par le modèle thermo-hydrodynamique

2.5.2.1. Modèle thermique 3D transitoire de l'enveloppe

Les transferts thermiques dans l'enveloppe sont traduits par l'équation 3D de la chaleur :

$$(\rho C_p)_{env} \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{env} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = 0 \quad \text{Eq. 2- 57}$$

Les conditions aux limites (Figure 2- 10) associées au problème thermique sont :

$$\boxtimes \text{ à la paroi où sont placés les composants : } - \lambda_{env} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=Lz} = \varphi_{Li}$$

\boxtimes à l'interface enveloppe - liquide (supérieure et inférieure) :

$$\begin{aligned}
 -\lambda_{env} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{paroi\ Sup} &= h_{eq} (T - T_{sat}) + d\dot{m}_e C_{p_l} T_{sat} = \varphi_{paroi\ Sup} : \text{paroi enveloppe supérieure} \\
 -\lambda_{env} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{paroi\ Inf} &= h_{eq} (T_{sat} - T) + d\dot{m}_c C_{p_l} T_{sat} = \varphi_{paroi\ Inf} : \text{paroi enveloppe inférieure}
 \end{aligned}$$

Eq. 2- 58

Où $h_{eq} = \frac{\lambda_{eq,me}}{H_l}$ caractérise la conductance surfacique thermique du milieu poreux saturé de liquide à la température de saturation T_{sat} ,

$d\dot{m}_e C_{p_l} T_{sat}$ et $d\dot{m}_c C_{p_l} T_{sat}$ caractérisent les flux thermiques de transport correspondant aux débit d'évaporation-condensation,

$$\boxtimes \text{ à la paroi avec les ailettes : } -\lambda_{env} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} = h_c (T - T_a)$$

\boxtimes les parois, autres que celles listées ci-dessus sont supposées adiabatiques :

$$-\lambda_{env} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0.$$

Dans la littérature, on suppose généralement que la température T_{sat} est uniforme et constante [LeF/2006]. Dans ce modèle, nous ne faisons pas cette hypothèse et prenons plutôt en compte la dépendance de T_{sat} avec le temps et l'espace, soit $T_{sat} = T_{sat}(x, y, t)$. En effet, la distribution de la température de saturation est liée à la répartition des sources chaudes et froides à la paroi extérieure de l'enveloppe, car la température de saturation au niveau des évaporateurs peut être différente de celle aux condenseurs.

La résolution du problème thermique ainsi posé nécessite la connaissance des débits $d\dot{m}_e$ et $d\dot{m}_c$ ainsi que la température de saturation T_{sat} . Ces paramètres sont intimement liés aux transferts thermiques et massiques liés au transport fluïdique. Pour cela on élabore, dans la suite, un modèle hydrodynamique permettant de caractériser les écoulements fluïdiques et donc de déterminer les paramètres $d\dot{m}_e$, $d\dot{m}_c$ et T_{sat} en vue du bouclage du modèle thermique.

2.5.2.2. Modèle hydrodynamique 2D transitoire du liquide

On admet que la mèche poreuse du caloduc est toujours saturée en liquide. La démarche consiste à intégrer l'équation de conservation de la masse dans celle du moment pour obtenir une équation différentielle du second ordre découplant la pression de la vitesse.

2.5.2.2.a. L'équation de conservation de masse

En considérant un volume élémentaire $dV_l = \partial x \times \partial y \times H_l$ de liquide, comme illustré à la Figure 2- 11, le bilan énergétique dans une approximation quasi-statique s'écrit :

$$\varphi_0 \partial x \partial y = \partial m h_{fg} \tag{Eq. 2- 59}$$

Avec φ_0 le flux à la paroi enveloppe-liquide déterminé précédemment par le modèle

$$\text{thermique, } \varphi_0 = \begin{cases} \varphi_{\text{paroi Sup}} : \text{à la paroi enveloppe - liquide Supérieure} \\ \varphi_{\text{paroi Inf}} : \text{à la paroi enveloppe - liquide Inférieure} \end{cases}$$

∂m le débit masse élémentaire résultant de l'apport ou de la disparition de masse liquide au sein du volume élémentaire.

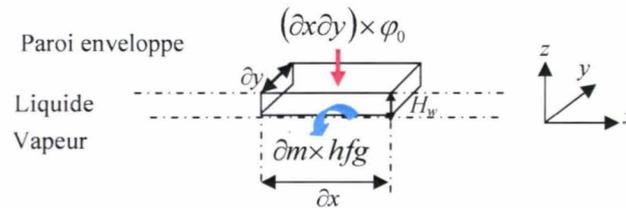


Figure 2- 11. Volume de contrôle élémentaire pour l'établissement du bilan de masse liquide

Le débit ∂m est lié aux vitesses élémentaires du liquide par l'équation de conservation [KaL/2007] :

$$\partial \dot{m} = \partial \dot{m}_x + \partial \dot{m}_y = \rho_l \partial y H_w \partial u_l + \rho_l \partial x H_w \partial v_l \tag{Eq. 2- 60}$$

En combinant les équations Eq. 2-59 et Eq. 2-60 précédentes, on obtient l'équation différentielle liant la vitesse du liquide au flux thermique pariétal :

$$\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} = \frac{\alpha_l}{\rho_l}, \alpha_l = \frac{\varphi_0}{h_{fg} H_l} \tag{Eq. 2- 61}$$

2.5.2.2.b. L'équation de moment dans le liquide

L'écoulement du liquide est régi par l'équation du moment d'un fluide en milieu poreux :

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \vec{V} \right) = -\overrightarrow{\text{grad}}(p) + \frac{\mu}{\varepsilon} \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{V}) - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \frac{C_E}{K^{1/2}} \rho |\vec{V}| \vec{V} \quad \text{Eq. 2- 62}$$

avec C_E le coefficient d'Ergun, typiquement égal à 0,55.

En supposant que : $\frac{\mu}{\varepsilon} \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{V}) \approx -\frac{C_E}{K^{1/2}} \rho |\vec{V}| \vec{V}$ la projection de l'équation de moment dans le plan (x, y) donne :

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u_l}{\partial t} + u_l \frac{\partial u_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial u_l}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p_l}{\partial x} - \frac{\mu_l}{K} u_l \\ \frac{\rho}{\varepsilon} \left(\frac{\partial v_l}{\partial t} + u_l \frac{\partial v_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial v_l}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p_l}{\partial y} - \frac{\mu_l}{K} v_l \end{aligned} \quad \text{Eq. 2- 63}$$

On dérive le système d'équations Eq. 2-63 respectivement par rapport à x et y , on les additionne puis après arrangement on obtient :

$$\frac{\partial^2 p_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_l}{\partial y^2} = -\frac{\mu_l}{K} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} \right) - \frac{\rho_l}{\varepsilon} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} \right)^2 + u_l \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} \right) + v_l \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} \right) \right] \quad \text{Eq. 2- 64}$$

En utilisant l'équation de conservation Eq. 2-61, l'équation précédente devient :

$$\frac{\partial^2 p_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_l}{\partial y^2} = -\frac{\mu_l}{K \rho_l} \alpha_l - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\alpha_l^2}{\rho_l} + u_l \frac{\partial \alpha_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial \alpha_l}{\partial y} \right) \quad \text{Eq. 2- 65}$$

On suppose pour la suite, que la dérivée totale de la densité de débit α_l est égale à sa dérivée partielle par rapport au temps c'est-à-dire :

$$\frac{D\alpha_l}{Dt} \approx \frac{\partial \alpha_l}{\partial t} \quad \text{si} \quad \frac{\partial \alpha_l}{\partial t} \gg u_l \frac{\partial \alpha_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial \alpha_l}{\partial y} \quad \text{Eq. 2- 66}$$

Cette hypothèse peut être justifiée par le fait que le terme $u_l \frac{\partial \alpha_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial \alpha_l}{\partial y}$ est négligeable par rapport à $\frac{\partial \alpha_l}{\partial t}$ en tout instant et en tout lieu de l'espace liquide. Le code de calcul développé dans ce travail permet de valider à posteriori cette approximation.

Sous cette hypothèse l'équation Eq. 2-65 se simplifie pour donner l'équation du second ordre de la pression en fonction du débit α_l :

$$\frac{\partial^2 p_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_l}{\partial y^2} = -\frac{\mu_l}{K\rho_l} \alpha_l - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\alpha_l^2}{\rho_l} \right) \quad \text{Eq. 2- 67}$$

En régime permanent, on retrouve bien l'équation de pression généralement utilisée dans la littérature [LeF/2006 - KaL/2007] où le terme $\frac{1}{\varepsilon} \frac{\alpha_l^2}{\rho_l}$ est supposé négligeable :

$$\frac{\partial^2 p_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_l}{\partial y^2} = -\frac{\mu_l}{K\rho_l} \alpha_l \quad \text{Eq. 2- 68}$$

Connaissant le champ de vitesse, le débit d'évaporation m_e de liquide gouvernant son écoulement est donné par :

$$m_e = \int d\dot{m}_e = \varepsilon \rho_l H_l \int (u_l dy + v_l dx) \quad \text{Eq. 2- 69}$$

2.5.2.3. Modèle hydrodynamique 2D transitoire de la vapeur

Dans la vapeur, on adopte une démarche similaire à celle dans le liquide pour calculer les champs de pression et de vitesse. On suppose que la vitesse selon l'axe transversal z est négligeable par rapport aux vitesses u_v et v_v respectivement selon x , y .

2.5.2.3.a. L'équation de conservation de masse dans la vapeur

Pour établir l'équation de conservation de masse, on adopte une démarche similaire à celle du liquide. L'équation de continuité de la vapeur s'écrit :

$$\frac{\partial u_v}{\partial x} + \frac{\partial v_v}{\partial y} = -\frac{\alpha_v}{\rho_v}, \alpha_v = \frac{\Phi_{\text{paroi Sup}}}{h_{fg} H_v}, \quad \text{Eq. 2- 70}$$

2.5.2.3.b. L'équation de moment dans la vapeur

Si on assimile l'écoulement de la vapeur à celui entre deux plaques planes et en utilisant l'approximation [BeA/1984], $\mu_v \nabla^2 (\vec{V}_v) = -\frac{12\mu_v}{H_v^2} \vec{V}_v$, l'équation de moment s'écrit :

$$\begin{aligned} \rho_v \left(\frac{\partial u_v}{\partial t} + u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p_v}{\partial x} - \frac{12\mu_v}{H_v^2} u_v \\ \rho_v \left(\frac{\partial v_v}{\partial t} + u_v \frac{\partial v_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial v_v}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p_v}{\partial y} - \frac{12\mu_v}{H_v^2} v_v \end{aligned} \quad \text{Eq. 2- 71}$$

En appliquant la méthode suivie dans le cas du liquide à l'équation Eq. 2-71, l'équation de pression pour la vapeur est :

$$\frac{\partial^2 p_v}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 p_v}{\partial^2 y} = \frac{12\mu_v}{H_v^2} \alpha_v + \left(\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} - \frac{\alpha_v^2}{\rho_v} \right) \quad \text{Eq. 2-72}$$

Si on néglige le second terme du membre de droite de l'équation Eq. 2-72, on retrouve bien l'équation du modèle hydrodynamique de Lefèvre et al. [LeF/2006], à savoir :

$$\frac{\partial^2 p_v}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 p_v}{\partial^2 y} = \frac{12\mu_v}{H_v^2} \alpha_v \quad \text{Eq. 2-73}$$

La connaissance du champ de vitesse de la vapeur permet de calculer le débit de condensation, m_c , par :

$$m_c = \int dm_c = \rho_v H_v \int (u_v dy + v_v dx) \quad \text{Eq. 2-74}$$

2.5.2.4. Conditions aux limites du problème hydrodynamique

Condition aux limites du liquide

Compte tenu de la recirculation du liquide (transport fluide entre la couche de liquide inférieure et la couche supérieure), les conditions aux limites sont comme illustrées aux Figure 2- 12 et Figure 2- 13.

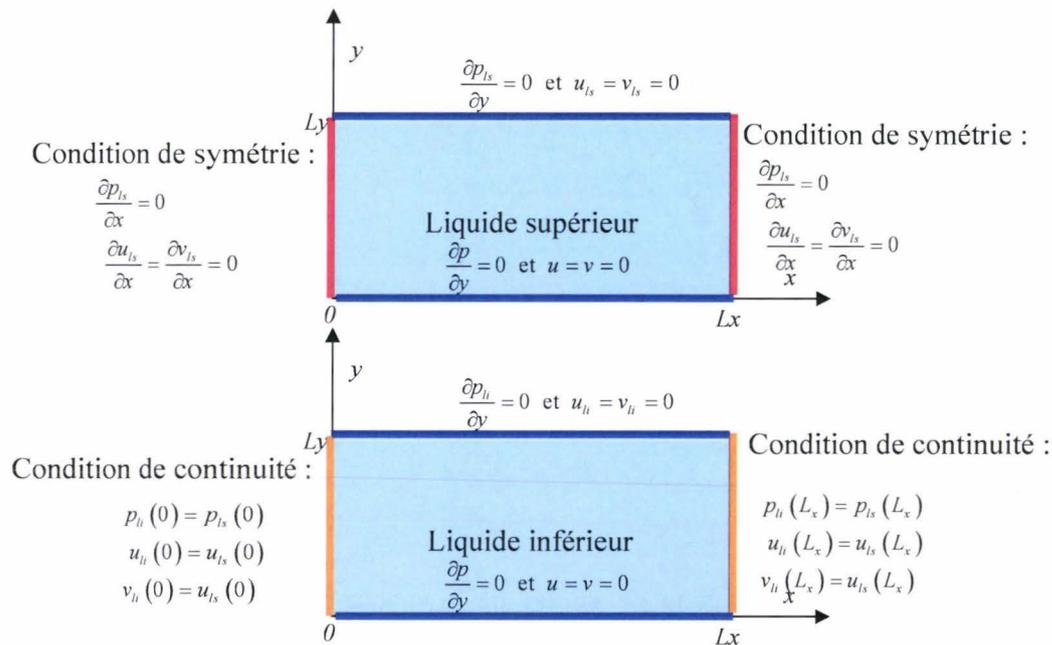


Figure 2- 12. Conditions aux limites du problème hydrodynamique dans le liquide

Le condensat (liquide inférieur) remonte vers la couche supérieure grâce aux conditions imposées aux extrémités en $x = 0$ et $x = L_x$.

Condition aux limites dans la vapeur

Pour la vapeur, les conditions aux limites sont

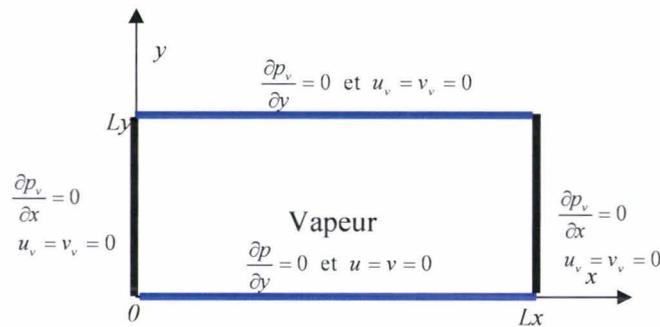


Figure 2- 13. Conditions aux limites du problème hydrodynamique dans la vapeur

Les équations identifiées (équations différentielles) ici sont résolues numériquement en utilisant la méthode des différences finies avec un schéma implicite.

2.6. Modèle transitoire de la microrégion

2.6.1. Fondements du modèle

On présente ici un modèle transitoire de la microrégion servant à préciser les transferts thermiques et massiques locaux à l'interface liquide-vapeur durant une phase transitoire. Cette modélisation vise à améliorer le modèle thermo-hydrodynamique (section 2.5) déjà mis en œuvre en affinant les approximations posées au cours de son développement. En effet dans ce dernier modèle, on a admis que le flux d'évaporation à l'interface liquide-vapeur résultait essentiellement de la conduction thermique à travers la mèche (d'épaisseur constante). Le coefficient d'échange thermique h_{eq} a été alors défini en tenant compte seulement de la conductivité thermique équivalente du réseau capillaire saturé en liquide :

$$h_{eq} = \frac{\lambda_{mèche}}{Epaisseur_{mèche}}.$$

Dans le modèle thermo-hydrodynamique, on négligeait alors les résistances thermiques liées aux changements de phase. En effet, le mécanisme d'évaporation-condensation est très efficace en termes de transferts thermiques. C'est une approche macroscopique de l'interface qu'on assimile à une surface plane tant à l'évaporateur qu'au condenseur. Or à l'échelle moléculaire, la zone de transition entre la phase liquide et la phase vapeur n'est pas franche et la densité des phases varie continument comme illustré à la Figure 2- 14.

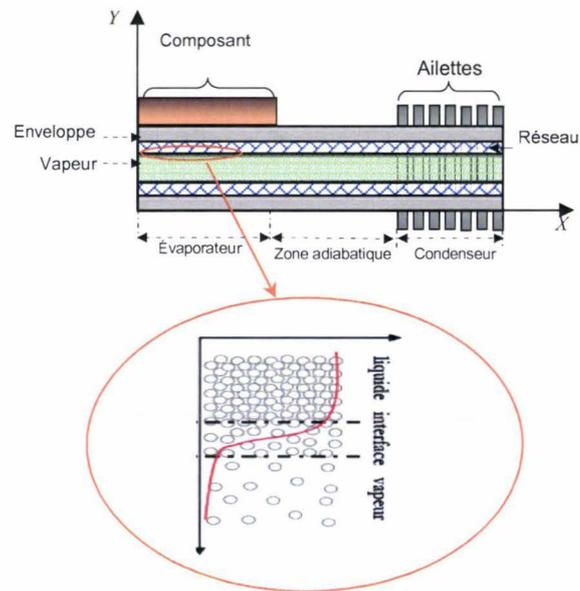


Figure 2-14. Evolution de la densité des phases à l'interface liquide-vapeur

Si l'on considère les transferts thermiques à l'évaporateur, il apparaît qu'une zone privilégiée d'évaporation au point d'accrochage des ménisques dans le cas des rainures (Figure 2- 15) ou dans celui d'une mèche frittée (Figure 2- 16). La microrégion est une zone privilégiée de transfert thermique en raison du rapport de conductivité thermique très élevé entre le matériau constituant la paroi (20 à $400 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$) et le liquide ($0,1$ à $0,6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$).

L'analyse des transferts thermiques dans cette zone est un point fondamental de la modélisation des conductances thermiques macroscopiques à l'évaporateur [KaL/2007].

Après avoir traversé le réseau capillaire à l'évaporateur, le flux fait face à la résistance thermique du film liquide (résistance de conduction dans le film liquide plus celle d'évaporation).

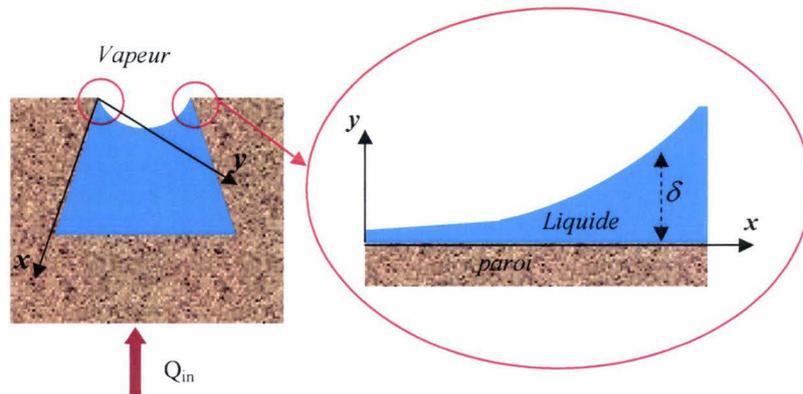


Figure 2- 15. Schéma de la microrégion dans le cas d'un caloduc à rainures axiales

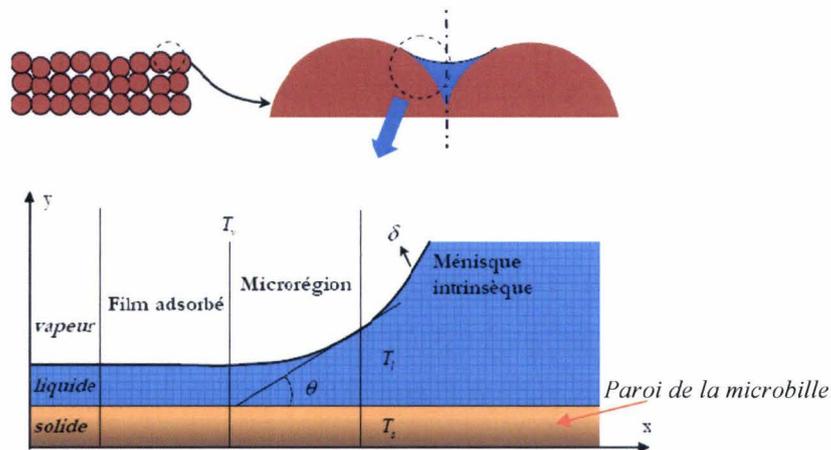


Figure 2- 16. Microrégion dans le cas d'un caloduc en poudre frittée (microbilles sphériques)

Dans la zone d'accrochage (Figure 2- 15 et Figure 2- 16), l'épaisseur du film liquide passe d'une valeur très faible (correspondant à un film liquide adsorbé) à une valeur croissante correspondant à une courbure constante de l'interface liquide. Entre la surface solide et l'interface liquide-vapeur, les forces d'adhésion à courte portée, de type Van Der Waals pour les molécules non polaires ou de types London pour les molécules polaires, gouvernent le film adsorbé dans lequel il n'y a pas d'échange thermique. La zone de ménisque intrinsèque correspond à une zone d'influence négligeable des forces de la surface solide. Le ménisque se développe alors sous l'effet des forces de tension capillaire en adoptant une courbure constante et donc une forme circulaire [RoC/2006]. Entre ces deux extrêmes, il existe une zone d'évaporation en film mince gouvernée par les forces à courte portée et une zone de transition dans laquelle les forces capillaires et les forces d'adhésion sont du même ordre de grandeur : c'est la microrégion. Les échanges thermiques au sein des ces zones sont très importants en raison de la très faible épaisseur de liquide.

La connaissance de l'épaisseur du film liquide, que nous nous proposons de déterminer dans cette étude, permet donc d'améliorer le modèle thermo-hydrodynamique en raffinant la détermination du coefficient d'échange thermique h_{eq} entre la paroi enveloppe et la phase vapeur :

$$h_{eq} = \frac{\lambda_{meche}}{Epaisseur_{meche}} + \frac{\lambda_l}{\delta} + \frac{1}{R_{ev}}$$

Où δ représente l'épaisseur du film liquide,

R_{ev} caractérise une résistance thermique équivalente à l'évaporation – condensation.

Le modèle de la microrégion permettra de déterminer précisément l'épaisseur du ménisque afin d'apporter une amélioration au modèle macroscopique déjà mis en œuvre (i.e. le modèle thermo-hydraulique).

2.6.2. Mise en équation du modèle de la microrégion

2.6.2.1. Modélisation de l'écoulement du film liquide

La configuration géométrique de la zone d'accrochage du ménisque à l'interface liquide-vapeur est présentée à la Figure 2- 17.

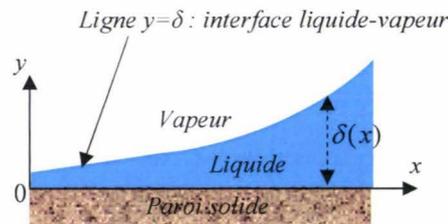


Figure 2- 17. Schéma de la zone du film liquide proche de l'interface liquide-vapeur

L'équation de moment dans le film liquide, supposé laminaire et incompressible, s'écrit :

$$\rho_l \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho_l \vec{V} \text{grad}(\vec{V}) = -\text{grad}(p_l) - \mu_l \nabla \vec{V} \quad \text{Eq. 2- 75}$$

Si on admet que l'écoulement du film liquide s'effectue principalement suivant la direction de l'axe curviligne (axe \vec{x}), alors l'équation de moment devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_l \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_l u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p_l}{\partial x} + \mu_l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ 0 = -\frac{\partial p_l}{\partial y} \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2- 76}$$

En négligeant le terme quadratique ($\rho_l \frac{\partial u}{\partial t} \succ \rho_l u \frac{\partial u}{\partial x}$) et en supposant que les forces de viscosité sont réduites à $\mu_l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \approx \mu_l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$, l'équation du moment dans le film liquide devient finalement :

$$\rho_l \frac{\partial u}{\partial t} - \mu_l \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{dp_l}{dx} \quad \text{Eq. 2- 77}$$

La résolution de cette équation permettra d'obtenir le champ de vitesse $u(y,t)$ du film liquide en régime transitoire et au-delà de formuler les autres équations régissant le modèle de la microrégion que nous développons ici. La solution analytique de l'équation Eq. 2-77 devient alors nécessaire pour l'établissement du modèle.

Pour déterminer la solution analytique de l'équation Eq. 2-77, on adopte une démarche de résolution analytique couramment utilisée en conduction thermique transitoire [Int/2\]](#).

Le champ de vitesse du liquide est régi par le système d'équations :

$$(S) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{v_l} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx}, v_l = \frac{\mu_l}{\rho_l} \\ u(0,t) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 \\ u(y,0) = 0 \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2- 78}$$

La condition en $y=0$ traduit l'hypothèse de non glissement du liquide à la paroi solide. En $y=\delta$ (interface liquide-vapeur) on suppose que la contrainte de cisaillement est nulle (glissement parfait).

Cette équation aux dérivées partielles (équation Eq. 2-78) n'étant pas homogène, on utilise la superposition des solutions (du fait de la linéarité de l'équation) en cherchant la solution complète sous la forme :

$$u(y,t) = u_\infty(y) - u_t(y,t) \quad \text{Eq. 2- 79}$$

Où

$u_\infty(y)$ est le champ de vitesse final (en régime permanent) indépendante du temps, c'est la solution particulière du problème définie par :

$$(S) \underset{t \rightarrow \infty}{\Rightarrow} (S_\infty) \begin{cases} \frac{d^2 u_\infty}{dy^2} = \frac{1}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \\ u_\infty(0) = 0, \quad \left. \frac{du_\infty}{dy} \right|_{y=\delta} = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 80}$$

$u_t(y,t)$ est la solution transitoire du système homogène donné par :

$$(S) \Rightarrow (S_t) \begin{cases} \frac{\partial^2 u_t}{\partial y^2} - \frac{1}{\nu_l} \frac{\partial u_t}{\partial t} = 0 \\ u_t(0,t) = 0, \quad \left. \frac{\partial u_t}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 \\ u_t(y,0) = u_\infty(y) \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 81}$$

La démarche suivie pour déterminer l'expression analytique de la vitesse $u(y,t)$ est présentée en détail à l'Annexe 2- 3. La résolution de l'équation (Eq. 2- 81) est faite en suivant la méthode des fonctions de Green ; ce qui permet d'obtenir le champ de vitesse $u(y,t)$ du film liquide en régime transitoire et au-delà de formuler les autres équations régissant le modèle de la microrégion :

$$u(y,t) = \frac{\delta^2}{2\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \left\{ \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 2 \frac{y}{\delta} \right] + \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{4}{\theta_k^3} \sin \left(\theta_k \frac{y}{\delta} \right) \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] \right\}, \quad \theta_k = \pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \quad \text{Eq. 2- 82}$$

Connaissant l'expression de la vitesse, le débit élémentaire de liquide par unité d'envergure s'exprime par :

$$d\dot{m}(x,t) = \int_0^\delta \rho_l u(y,t) dy \quad \text{Eq. 2- 83}$$

Le débit élémentaire dans une section de longueur dx est donné par (cf. Annexe 2- 3 pour plus de détails) :

$$d\dot{m}(x,t) = -\frac{\rho_l \delta^3}{3\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \left\{ 1 - \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{6}{\theta_k^4} \exp \left[-v_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] \right\} \quad \text{Eq. 2- 84}$$

2.6.2.2. Formulation des équations du modèle de la microrégion

Les équations qui suivent sont établies en adoptant une approche quasi-statique. En effet, on admet que dans un intervalle de temps très faible $[t, t+dt]$, les mécanismes de transferts thermiques et les phénomènes de capillarité de l'interface liquide-vapeur peuvent être régis par les équations généralement établies pour le régime statique (permanent).

L'évaporation dans la microrégion est gouvernée à la fois par les forces de tension superficielle (σK) et par les forces d'adhésion (P_{adh}). La pression capillaire à l'interface liquide-vapeur s'exprime par :

$$P_c = p_v - p_l = \sigma K - P_{adh} \quad \text{Eq. 2- 85}$$

Où K représente la courbure moyenne au point courant $M(x, y, \delta)$ de la surface d'étude. La courbure de la surface est définie par l'ensemble des lignes tel que [Int/3] :

$$d\vec{M} \wedge d\vec{N} = 0 \quad \text{Eq. 2- 86}$$

avec $d\vec{N}$ le vecteur unitaire normal à la surface en $M(x, y, \delta)$.

Ainsi on exprime la courbure de l'interface liquide-vapeur, de façon générale, par :

$$K = \frac{t(1+p^2) - 2pqs + r(1+q^2)}{(1+p^2+q^2)^{3/2}}, \quad p = \frac{\partial \delta}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial \delta}{\partial y}, \quad r = \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}, \quad s = \frac{\partial^2 \delta}{\partial x \partial y}, \quad t = \frac{\partial^2 \delta}{\partial y^2} \quad \text{Eq. 2- 87}$$

Dans le cas d'une modélisation 1D ($\delta = \delta(x, t)$) que nous développons ici, l'expression de la courbure se simplifie en :

$$K = \frac{r}{(1+p^2)^{3/2}}, \quad p = \frac{\partial \delta}{\partial x}, \quad q = 0, \quad r = \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}, \quad s = 0, \quad t = 0 \quad \text{Eq. 2- 88}$$

Notation : avec la considération d'un modèle unidirectionnel (1D) et transitoire, même si nous savons que les différents paramètres (δ, P_c , et ceux qui suivent) dépendent du temps t et

de l'abscisse x , nous admettons la notation suivante : $\frac{\partial Y}{\partial X} \equiv \frac{dY}{dX}$ où Y représente les différents paramètres et X désigne soit l'abscisse x ou le temps t .

Avec cette notation la courbure, K , est donnée par :

$$K = \frac{d^2\delta}{dx^2} \left(1 + \left(\frac{d\delta}{dx} \right)^2 \right)^{-3/2} \quad \text{Eq. 2- 89}$$

La pression d'adhésion (P_{adh}), dans le cas des fluides non polaires (ex. l'ammoniac), est due aux forces de dispersion de London comprises dans les forces de Van der Waals. Ces dernières résultent de l'interaction entre le noyau (charge positive) d'une molécule et les électrons (charge négative) d'une autre molécule [RoC/2006]. La pression d'adhésion des fluides non polaires se détermine par :

$$P_{adh} = -\frac{A}{\delta^3} \quad \text{Eq. 2- 90}$$

Où A est la constante de *Hamaker*, coefficient obtenu empiriquement

Dans le cas des fluides polaires (ex. eau), les interactions prédominantes sont de type dipôle-dipôle. La charge positive d'une molécule attire la charge négative d'une molécule voisine. Par exemple, pour l'eau, les charges négatives contenues dans les molécules d'oxygène attirent les molécules d'hydrogène, ces dernières étant chargées positivement. Cette interaction induit un fort moment dipolaire. Ainsi, les interactions des fluides polaires engendrent des forces intermoléculaires plus importantes par rapport aux fluides non polaires.

La pression d'adhésion pour les fluides polaires s'exprime suivant :

$$P_{adh} = R_g \rho_l T_\delta \ln(a\delta^b) \quad \text{Eq. 2- 91}$$

Où R_g est la constante de gaz de la vapeur $R_g = \frac{R}{M}$, R étant la constante universelle des gaz parfaits et M la masse molaire de la vapeur,

T_δ la température à l'interface liquide-vapeur (en $y = \delta$),

a et b des constantes expérimentales dépendant des conditions de test ainsi que du type de fluide et de solide utilisés. Dans la littérature, il existe très peu de résultats expérimentaux sur ces données. Les valeurs couramment utilisées sont : $a = 1,5787$ et $b = 0,0243$ utilisé dans [RoC/2006] pour de l'eau sur du verre avec des températures comprises entre 5°C et 15°C,

$a = 1,4897$ et $b = 0,0243$ utilisées dans [FaA/1994].

En combinant les équations Eq.2-85 et Eq.2-89, on obtient une équation aux dérivées partielles de l'épaisseur :

$$K = \frac{P_c + P_{adh}}{\sigma} \Rightarrow \frac{d^2 \delta}{dx^2} = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \left(\frac{d\delta}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} (P_c + P_{adh}) \quad \text{Eq. 2- 92}$$

Le flux linéique transféré à partir du débit linéique en suivant la loi de conservation de masse s'écrit :

$$\dot{Q} = -h_{fg} d\dot{m} = \frac{\rho_l h_{fg}}{3\mu_l} \delta^3 \frac{dp_l}{dx} \left\{ 1 - \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{6}{\theta_k^4} \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] \right\} \quad \text{Eq. 2- 93}$$

Si on néglige la variation de la pression de vapeur du fait de la cinétique de l'évaporation (pression de vapeur constante suivant x) [1,5], la différentiation de l'équation Eq.2-85 conduit à :

$$\frac{dP_c}{dx} = \frac{d}{dx} (p_v - p_l) \approx -\frac{dp_l}{dx} \quad \text{Eq. 2- 94}$$

Sous cette hypothèse, l'équation Eq.2-93 permet d'établir une équation différentielle entre le flux linéique et la pression capillaire :

$$\frac{dP_c}{dx} = -\frac{3\mu_l}{\rho_l h_{fg}} \frac{\dot{Q}}{\delta^3} \frac{1}{1 - \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{6}{\theta_k^4} \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right]} \quad \text{Eq. 2- 95}$$

Les transferts thermiques et massiques à l'interface liquide-vapeur ($y = \delta$) peuvent se traduire par un bilan de flux [FaA/1994], en régime quasi-statique :

$$\frac{\lambda_l}{\delta} (T_w - T_\delta) + \dot{m}_{ev} C_{p_l} T_\delta = \dot{m}_{ev} h_{fg} + \dot{m}_{ev} C_{p_v} T_\delta \quad \text{Eq. 2- 96}$$

Où T_w est la température à la paroi solide,

\dot{m}_{ev} est le débit massique d'évaporation par unité de surface,

$\dot{m}_{ev} C_{p_l} T_\delta$ et $\dot{m}_{ev} C_{p_v} T_\delta$ caractérise respectivement les transports thermiques par convection au sein du film liquide vers l'interface et ceux de l'interface vers la vapeur.

Dans une première approximation, nous négligerons l'influence des termes convectifs. L'équation Eq.2-96 se réduit en :

$$\frac{\lambda_l}{\delta} (T_w - T_\delta) = \dot{m}_{ev} h_{fg} \quad \text{Eq. 2-97}$$

Le débit d'évaporation peut être caractérisé en suivant la théorie cinétique des gaz [RoC/2006,FaA/1994] par :

$$\dot{m}_{ev} = \left(\frac{2\gamma}{2-\gamma} \right) (2\pi R_g)^{-0.5} \left(\frac{P_\delta}{T_\delta^{0.5}} - \frac{P_v}{T_v^{0.5}} \right) \quad \text{Eq. 2-98}$$

Où γ est le coefficient d'accommodation ou taux d'évaporation compris entre 0 et 1,

p_δ caractérise la pression de vapeur saturante correspondant à la température de l'interface T_δ et la courbure de l'interface (effets de la surface courbe). Son expression est obtenue comme suit ci-après.

La variation de la fugacité du film liquide avec la température et la pression peut s'exprimer par l'équation thermodynamique suivante [WaP/1976 - GuP/2004] :

$$d \ln(f_l) = \left(\frac{\partial \ln(f_l)}{\partial p} \right) dp_l + \left(\frac{\partial \ln(f_l)}{\partial T} \right) dT_l = \frac{V_l}{RT_l} dp_l + \frac{\overline{H}_{fg}}{RT_l^2} dT_l \quad \text{Eq. 2-99}$$

Où \overline{H}_{fg} représente l'enthalpie molaire de changement de phase. Dans le cas de l'évaporation cette enthalpie est semblable à la chaleur latente de changement du fluide [6]: $\overline{H}_{fg} = M \times h_{fg}$,

$$V_l \text{ est le volume molaire du liquide, on a : } V_l = \frac{M}{\rho_l} \Rightarrow \frac{V_l}{R} = \frac{1}{\rho_l R_g}$$

L'expression de la fugacité du liquide devient :

$$d \ln(f_l) = \frac{1}{\rho_l R_g T_l} dp_l + \frac{h_{fg}}{R_g T_l^2} dT_l \quad \text{Eq. 2-100}$$

En supposant que le film liquide est en état de saturation, sa fugacité est alors équivalente à sa

$$\text{pression } p_{l,s} \text{ de vapeur saturante : } \int_{p_v}^{p_\delta} d \ln(f_l) = \int_{p_v}^{p_\delta} d \ln(p_{l,s}) = \ln \left(\frac{p_\delta}{p_v} \right)$$

La fugacité étant une variable thermodynamique extensive, l'intégrale peut être obtenue par :

$$\int d \ln(f_l) = \int_{\text{isobar}(p_l=p_v)} d \ln(p_{l,s}) + \int_{\text{isotherme}(T_l=T_{l,s})} d \ln(p_{l,s}) \quad \text{Eq. 2- 101}$$

La première intégration s'effectue en considérant une transformation (au sens thermodynamique) isobare qui permet de passer de la température de vapeur T_v à celle de l'interface T_δ , soit :

$$\int_{\text{isobar}(p_l=p_v)} d \ln(p_{l,s}) = \frac{h_{fg}}{R_g T_v T_\delta} (T_\delta - T_v) \quad \text{Eq. 2- 102}$$

La seconde intégration est obtenue en considérant une transformation thermodynamique isotherme faisant passer la pression p_l de la phase liquide à la pression p_v de la phase vapeur :

$$\int_{\text{isotherme}(T_l=T_{l,s})} d \ln(p_{l,s}) = \frac{1}{\rho_l R_g T_\delta} (p_l - p_v) \quad \text{Eq. 2- 103}$$

Ces expressions permettent alors d'établir la relation suivante :

$$\ln\left(\frac{P_\delta}{P_v}\right) = \frac{h_{fg}}{R_g T_v T_\delta} (T_\delta - T_v) + \frac{1}{\rho_l R_g T_\delta} (p_l - p_v) \quad \text{Eq. 2- 104}$$

En supposant de faibles variations ($\Delta p = p_\delta - p_v$) entre la pression p_δ de vapeur saturante et la pression p_v de la phase vapeur, la troncature du développement limité du terme en logarithme conduit à :

$$\ln\left(\frac{P_\delta}{P_v}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta p}{P_v}\right) \approx \frac{\Delta p}{P_v} + O\left(\frac{\Delta p}{P_v}\right) = \frac{p_\delta - p_v}{P_v} + O\left(\frac{\Delta p}{P_v}\right) \quad \text{Eq. 2- 105}$$

En remplaçant cette expression dans la relation précédemment établie, on obtient une équation de la pression p_δ , comme dans [\[WaP/1976\]](#) :

$$p_\delta = p_v + \frac{h_{fg} P_v}{R_g T_v} \frac{T_\delta - T_v}{T_\delta} - \frac{p_v}{\rho_l R_g T_\delta} P_c, \quad P_c = p_v - p_l \quad \text{Eq. 2- 106}$$

La substitution de cette expression dans l'équation Eq.2-98 conduit à exprimer finalement le débit d'évaporation par :

$$m_{ev} = \frac{2\gamma}{2-\gamma} (2\pi R_g)^{-1/2} \left\{ \frac{p_v}{T_\delta^{3/2}} \left[\frac{h_{fg}}{R_g T_v} (T_\delta - T_v) - \frac{1}{\rho_l R_g} P_c \right] - p_v (T_v^{-1/2} - T_\delta^{-1/2}) \right\} \quad \text{Eq. 2-107}$$

Cette équation se réécrit en :

$$m_{ev} = A \left\{ \frac{p_v}{T_\delta^{3/2}} \left[\frac{B}{T_v} (T_\delta - T_v) - C P_c \right] - p_v (T_v^{-1/2} - T_\delta^{-1/2}) \right\} \quad \text{Eq. 2-108}$$

avec $A = \frac{2\gamma}{2-\gamma} (2\pi R_g)^{-1/2}$, $B = \frac{h_{fg}}{R_g}$, $C = \frac{1}{\rho_l R_g}$

En considérant une section de film liquide élémentaire de longueur dx , le flux linéique élémentaire est lié au flux de transfert par : $d\dot{Q} = \frac{\lambda_l}{\delta} (T_w - T_\delta) \times dx$. D'où on tire l'équation différentielle liant la dérivée du flux linéique à la température :

$$\frac{d\dot{Q}}{dx} = \frac{\lambda_l}{\delta} (T_w - T_\delta) \quad \text{Eq. 2-109}$$

En reportant l'expression du débit d'évaporation (équation Eq.2-108) dans l'égalité de l'équation Eq.2-97, la température de l'interface courbe, T_δ , est obtenue par :

$$T_\delta = T_w - \bar{A} \delta \left[\frac{\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C} P_c}{T_\delta^{3/2}} - p_v (T_v^{-1/2} - T_\delta^{-1/2}) \right] \quad \text{Eq. 2-110}$$

avec $\bar{A} = A \frac{h_{fg}}{\lambda_l}$, $\bar{B} = B \frac{p_v}{T_v}$, $\bar{C} = p_v C$

Afin d'obtenir une équation aux dérivées partielles de la température d'interface, T_δ , on dérive l'expression précédente par rapport à x et on obtient :

$$T_\delta = F(\delta, P_c, T_\delta), \text{ avec } F(\delta, P_c, T_\delta) = T_w - \bar{A} \delta \left[\frac{\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C} P_c}{T_\delta^{3/2}} - p_v (T_v^{-1/2} - T_\delta^{-1/2}) \right]$$

$$\Rightarrow \frac{dT_\delta}{dx} = \frac{\partial F}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dx} + \frac{\partial F}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dx} + \frac{\partial F}{\partial T_\delta} \frac{dT_\delta}{dx} \Rightarrow \frac{dT_\delta}{dx} = \frac{\frac{\partial F}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dx} + \frac{\partial F}{\partial P_c} \frac{dP_c}{dx}}{1 - \frac{\partial F}{\partial T_\delta}}$$

Eq. 2-111

Sachant que :

$$\frac{\partial F}{\partial \delta} = -\bar{A} \left[\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C}P_c - p_v T_\delta^{3/2} (T_v^{-1/2} - T_\delta^{-1/2}) \right] T_\delta^{-3/2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial P_c} = \bar{A} \bar{C} \delta T_\delta^{-3/2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial T_\delta} = -\bar{A} \delta \left[\bar{B} - \frac{3}{2} T_\delta^{-1} \left[\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C}P_c \right] - \frac{1}{2} p_v \right] T_\delta^{-3/2}$$

On obtient finalement l'équation différentielle de la température de l'interface courbe par :

$$\frac{dT_\delta}{dx} = \frac{-\bar{A} \left[\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C}P_c - p_v T_\delta^{3/2} (T_v^{-1/2} - T_\delta^{-1/2}) \right] \frac{d\delta}{dx} + \bar{A} \bar{C} \delta \frac{dP_c}{dx}}{\bar{A} \delta \left[\bar{B} - \frac{3}{2} T_\delta^{-1} \left[\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C}P_c \right] - \frac{1}{2} p_v \right] + T_\delta^{3/2}} \quad \text{Eq. 2- 112}$$

La synthèse des équations Eq.2- 92, Eq.2-95, Eq.2-109 et Eq.2-112 permet d'établir le système d'équations différentielles régissant le modèle transitoire de la microrégion. C'est un système de cinq équations différentielles de premier ordre à cinq inconnues :

$\frac{d\delta}{dx} = \Omega$	avec : $P_{adh} = R_g \rho_l T_\delta \ln(a\delta^b)$
$\frac{d\Omega}{dx} = \frac{1}{\sigma} (1 + \Omega^2)^{3/2} (P_c + P_{adh})$	ou $P_{adh} = -\frac{A}{\delta^3}$
$\frac{dP_c}{dx} = -\frac{3\mu_l \dot{Q}}{\rho_l h_{fg} \delta^3} \frac{1}{1 - \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{6}{\theta_k^4} \exp\left[-v_l \left(\frac{\theta_k}{\delta}\right)^2 t\right]}$	$\theta_k = \pi \left(\frac{1}{2} + k \right)$
$\frac{d\dot{Q}}{dx} = \frac{\lambda_l}{\delta} (T_w - T_\delta)$	
$\frac{dT_\delta}{dx} = \frac{-\bar{A} \left[\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C}P_c - p_v T_\delta^{3/2} (T_v^{-1/2} - T_\delta^{-1/2}) \right] \Omega + \bar{A} \bar{C} \delta \frac{dP_c}{dx}}{\bar{A} \delta \left[\bar{B} - \frac{3}{2} T_\delta^{-1} \left[\bar{B}(T_\delta - T_v) - \bar{C}P_c \right] - \frac{1}{2} p_v \right] + T_\delta^{3/2}}$	
avec : $A = \frac{2\gamma}{2-\gamma} (2\pi R_g)^{-1/2}$, $B = \frac{h_{fg}}{R_g}$, $C = \frac{1}{\rho_l R_g}$, $\bar{A} = A \frac{h_{fg}}{\lambda_l}$, $\bar{B} = B \frac{p_v}{T_v}$, $\bar{C} = p_v C$	

Eq. 2- 113

Pour résoudre ce système d'équations, on se propose d'adopter une résolution numérique de type Runge-Kutta (d'ordre 4). La prise en compte du régime transitoire conduit à résoudre ce système d'équations à chaque pas de temps et les paramètres $\delta, \Omega, P_c, \dot{Q}$ et T_δ sont mis à jour

au cours du temps. Les conditions aux limites (entrée de la microrégion : $x=0$) associées sont :

- la température à l'interface, au niveau du film adsorbé, est prise égale à la température de la paroi solide : car il n'y a pas d'échange à travers ce film,

$$T_{\delta}(x=0) = T_{\delta_0} = T_w \quad \text{Eq. 2- 114}$$

- l'absence d'évaporation à ce niveau conduit à un flux d'évaporation nul et donc à un flux linéique nul :

$$m_{ev} = \left(\frac{2\gamma}{2-\gamma} \right) (2\pi R_g)^{-0,5} \left(\frac{P_{\delta}}{T_{\delta}^{0,5}} - \frac{P_v}{T_v^{0,5}} \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} P_{\delta_0} = P_v \sqrt{\frac{T_{\delta_0}}{T_v}} \\ \dot{Q}(x=0) = \dot{Q}_0 = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 115}$$

Or d'après l'équation Eq.2-106 on a : $P_{\delta_0} = P_v + \frac{h_{fg} P_v}{R_g T_v} \frac{T_{\delta_0} - T_v}{T_{\delta_0}} - \frac{P_v}{\rho_l R_g T_{\delta_0}} P_{c_0} = P_v \sqrt{\frac{T_{\delta_0}}{T_v}}$.

Cette égalité permet alors de calculer la valeur de la pression capillaire par :

$$P_{c_0} = \rho_l R_g T_{\delta_0} \left(1 + \frac{h_{fg}}{R_g T_v} \frac{T_{\delta_0} - T_v}{T_{\delta_0}} - \sqrt{\frac{T_{\delta_0}}{T_v}} \right) \quad \text{Eq. 2- 116}$$

- la courbure, K , du film liquide à ce niveau ($x=0$) est nulle. La pression capillaire initiale prend alors la valeur de la pression d'adhésion :

$$P_c(x=0) = P_{c_0} = -P_{adh_0} = \begin{cases} A \delta_0^{-3} & : \text{pour les liquides non polaires} \\ -R_g \rho_l T_{\delta_0} \ln(a \delta_0^b) & : \text{pour les liquides polaires} \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 117}$$

- l'épaisseur δ_0 est obtenue à partir de l'expression de la pression capillaire, formulée à l'équation Eq.2-117 :

$$\begin{cases} \delta_0 = \left(\frac{A}{P_{c_0}} \right)^{1/3} & : \text{pour les liquides non polaires} \\ \delta_0 = \exp \left(- \frac{P_{c_0}}{R_g \rho_l T_{\delta_0}} + \ln(a) \right) & : \text{pour les liquides polaires} \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 118}$$

- la courbure étant nulle à ce niveau, la dérivée de l'épaisseur Ω doit lui aussi être nulle :

$$\Omega (x = 0) = \Omega_0 = 0 \quad \text{Eq. 2- 119}$$

2.6.2.3. Discussions sur le temps caractéristique d'établissement du film mince

Dans le système d'équation Eq.2-113, l'équation différentielle de la pression capillaire (terme exponentiel) permet d'identifier un temps caractéristique d'établissement du film mince dans la région d'accrochage. Il s'agit en effet du temps caractéristique d'établissement du film mince, déterminé par :

$$\tau = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \frac{\delta^2}{\nu_l} \quad \text{Eq. 2- 120}$$

Pour avoir l'ordre de grandeur de ce temps caractéristique, on suppose par exemple les données typiques suivantes :

$$T_w = 25^\circ\text{C}, T_v = 24,9^\circ\text{C}, \text{ avec l'eau comme fluide } \nu_l = 8,9595 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

A partir des équations Eq.2-116 et Eq.2-18, on trouve :

$$\begin{cases} P_{c_0} = 7,9501 \cdot 10^5, \delta_0 = 1,3600 \cdot 10^{-9} \text{ m} : \text{ si l'eau est considérée comme non polaire} \\ P_{c_0} = 7,9501 \cdot 10^5, \delta_0 = 5,4472 \cdot 10^{-9} \text{ m} : \text{ si l'eau est considérée comme polaire} \end{cases}$$

Avec ces valeurs, on obtient l'ordre de grandeur du temps caractéristique τ par :

$$\begin{cases} \tau = 8.3673 \cdot 10^{-13} \text{ s} : \text{ si l'eau est considérée comme non polaire} \\ \tau = 1.3422 \cdot 10^{-11} \text{ s} : \text{ si l'eau est considérée comme polaire} \end{cases} \quad \text{Eq. 2- 121}$$

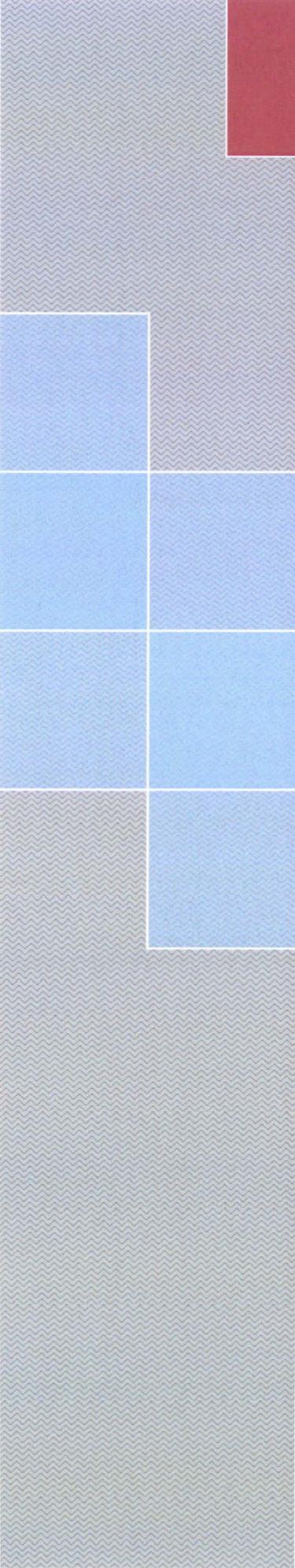
On constate que ce temps est extrêmement faible. Le régime transitoire est alors quasiment inexistant et le régime permanent s'établit de façon instantanée. Si on prend en compte l'évolution de l'épaisseur du film en fonction de l'abscisse curviligne x , les valeurs précédentes du temps caractéristiques se modifient très légèrement. En effet, au regard des valeurs de la littérature [[RoC/2006](#), [KaL/2007](#), [FaA/1994](#)] et nos résultats obtenus (§chapitre III), on note que l'épaisseur du film liquide à la fin de la zone du ménisque intrinsèque ($x = x_{max}$) vaut environ 10 fois l'épaisseur δ_0 en début de la région du film absorbé ($x = 0$). Ainsi le temps caractéristique est multiplié par environ 100, soit :

$$\begin{aligned} \tau &= 8.3673 \cdot 10^{-11} \text{ s} \text{ (non polaire),} \\ \tau &= 1.3422 \cdot 10^{-9} \text{ s} \text{ (polaire)} \end{aligned} \quad \text{Eq. 2- 122}$$

D'après cette conclusion, l'étude du comportement transitoire du film liquide que l'on s'était fixée au départ se révèle finalement sans enjeux puisque l'existence d'une phase transitoire présente peu d'intérêt. Mais cette étude permet de prouver le caractère quasi instantané quant à l'établissement du film mince.

Conclusion

Les modèles élaborés et présentés ci-avant permettent de déterminer plus ou moins précisément les performances de caloduc utilisé pour l'application de refroidissement de l'électronique alerno-démarreur. Les deux modes de fonctionnement (alternateur et démarreur) de la machine ont été pris en compte dans cette étude de modélisation. Le chapitre III qui suit expose les résultats numériques obtenus et permet de prévoir et analyser les performances du caloduc en considérant des cas typiques de fonctionnement.



CHAPITRE 3 : RESULTATS DES MODELES

Boomscud



Introduction

On présente dans ce chapitre les résultats numériques obtenus à partir des modèles de caloduc élaborés et déjà présentés au chapitre II. Les résultats et leurs analyses sont présentés en suivant le même ordre que celui du chapitre précédent. Une confrontation des résultats aux travaux de la littérature est menée par la suite. Des configurations typiques, de démarrage pour l'application de refroidissement de l'électronique alerno-démarrreur, sont simulées par les différents modèles élaborés.

3.1. Résultats et discussions du modèle de dimensionnement

3.1.1. L'algorithme de calcul

Ce modèle permet de déterminer la capacité maximale de transport d'un caloduc devant servir à dissiper la charge thermique de composants électroniques. Le programme de calcul est élaboré sous Matlab et se structure en trois modules :

- module de spécifications des données d'entrée

Le programme demande à l'utilisateur de préciser :

- nombre de composants électroniques (cf. Figure 2- 3)
- dimensions caractéristiques du caloduc (longueur, diamètre, épaisseur)
- l'angle d'inclinaison
- le matériau de l'enveloppe (actuellement : Cu, ST⁸)
- le type de structure capillaire (actuellement, poudre métallique et toile métallique)
- le fluide caloduc (les propriétés thermophysiques du fluide sont automatiquement calculées à partir d'une table de données).

- module de calcul

Ce module permet de déterminer les puissances limitant le fonctionnement du caloduc. Les équations utilisées sont celles caractérisant les limites de fonctionnement, présentées au chapitre 2^{ième}.

- module d'affichage

⁸ Acier Inoxydable

À la fin des calculs, le programme affiche sous forme numérique et graphique les résultats calculés : domaine de fonctionnement, différentes limites de fonctionnement, vitesses maximales atteintes dans la vapeur, nombre de Reynolds et de Mach.

Différents fluides caloduc peuvent être testés : eau, acétone, éthanol, méthanol. Les matériaux pris en compte (cuivre, acier inoxydable) sont bien sûr compatibles avec ces fluides.

3.1.2. Comparaison des résultats du modèle à ceux de la bibliographie

Il s'agit de confronter les réponses du modèle à des configurations proches ou équivalentes présentées dans la bibliographie. Les cas envisagés supposent un flux de chaleur imposé uniformément sur toute la longueur de l'évaporateur et non de façon discrète comme on envisagera par la suite (paragraphe III).

3.1.2.1 Résultats du modèle de Zhu et Vafai [ZhN/1999]

On compare, ici, nos résultats de calcul de la limite capillaire à ceux des auteurs.

Le caloduc modélisé a les caractéristiques suivantes :

⇒ dimensions : $L = 89$ cm, $L_e = 60$ cm, $L_c = 20$ cm, $d_v = 17.3$ mm, $d_l = 18.8$ mm,

⇒ structure capillaire : toile métallique, porosité = 0.9, perméabilité = $1,5 \times 10^{-9}$ m², rayon de pore effectif $r_{\text{eff}} = 54$ μm,

⇒ matériau/Fluide : Cuivre/Eau, les propriétés étant calculées à partir de tables, [FaA/1994].

⇒ position de fonctionnement : horizontale

La comparaison est présentée à la Figure 3- 1. On note d'une part que notre premier modèle ('modèle analytique approché') fournit des résultats identiques au modèle de Darcy et d'autre part qu'il surévalue la limite capillaire formulée par Zhu et Vafai (1999). Ces derniers expliquent cet écart par le fait que le transfert thermique dans la mèche a un comportement non-Darcien. Toutefois le modèle proposé par ces auteurs suppose au départ un profil (polynomial) de vitesse connu bien qu'il permette de rendre compte des effets inertiels dans l'écoulement du liquide (comportement non-Darcien). Ce profil de vitesse étant spécifique à la configuration étudiée par ces auteurs, leur modèle nous paraît peu adapté pour le dimensionnement.

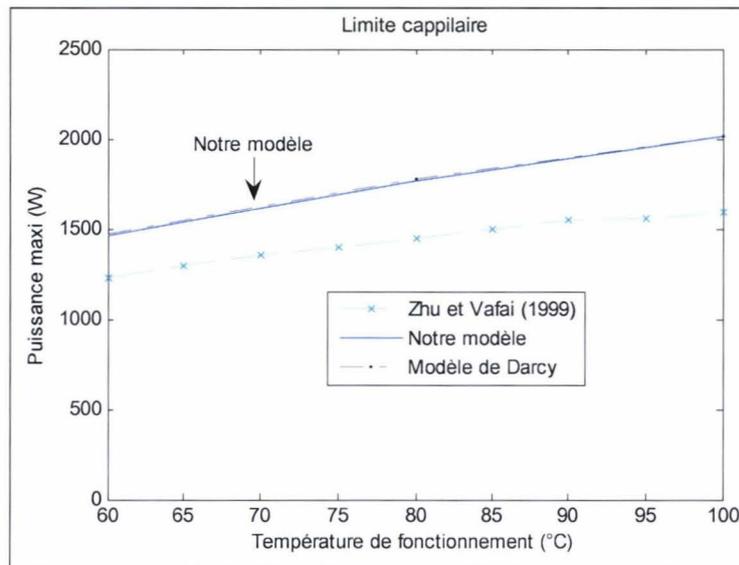


Figure 3- 1. Résultats comparés à ceux de Darcy et de Zhu et Vafai [ZhN/1999]

Note : dans une première approche globale des performances (dimensionnement), notre modèle est équivalent à celui de Darcy qui assimile la structure capillaire à un milieu poreux et néglige les effets inertiels.

3.1.2.2 Données de publication de Scott [ScD/1996]

Nous comparons ici les résultats de notre modèle à ceux de Scott (données expérimentales) dans le cas d'un caloduc cylindrique dont les caractéristiques et conditions de fonctionnement sont les suivantes :

⇒ dimensions : $L = 30.5$ cm, $L_e = 7.6$ cm, $L_c = 7.6$ cm, $d_l = 1$ cm $d_v = 0.8$ cm,

⇒ structure capillaire : poudre,

⇒ matériau/fluide : Cuivre/Eau, les propriétés étant calculées à partir de tables de données, cf. [FaA/1994],

⇒ position de fonctionnement : horizontale (0°)

Dans les calculs, nous prenons les valeurs suivantes pour les paramètres d'une mèche en poudre métallique comme indiqué dans Zhu [ZhN/1999] : porosité=0,61, perméabilité = $4,25 \times 10^{-11}$ m², rayon de pore (r_{eff}) = 35,8 μm.

Il existe des tables de valeurs suivant la nature et les caractéristiques de la structure capillaire, données par exemple dans Faghri [FaA/1994].

La Figure 3- 2 illustre la comparaison des résultats de calcul aux données présentées par Scott [ScD/1996].

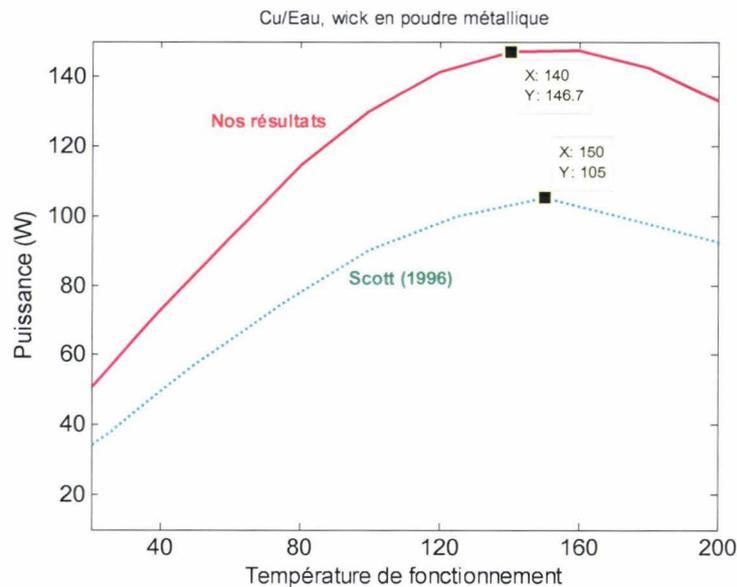


Figure 3- 2. Comparaison de résultats à la publication de Scott (1996) [ScD/1996]

La limite capillaire est le facteur prépondérant qui conditionne les performances du caloduc même si d'autres limites existent et peuvent être observées. La puissance thermique maximale transportée est alors déterminée par la limite capillaire qui, comme on peut le constater sur la Figure 3- 2, est déterminée par notre modèle avec une surestimation (écart maxi de 30%) par rapport aux résultats de Scott [ScD/1996]. La confrontation montre que notre modèle caractérise bien la bonne tendance de la courbe de la limite capillaire.

3.1.3. Etude paramétrique

En vue d'analyser la sensibilité des performances calculées par rapport aux données d'entrée du modèle, nous procédons ici à une étude de la capacité de transport du caloduc en fonction des paramètres suivants : type de fluide, propriété de la mèche, la longueur du caloduc, l'angle d'inclinaison.

3.1.3.1 Sensibilité de la capacité de transport au fluide caloduc et à la température

La Figure 3- 3 présente les résultats de calcul de la puissance thermique maximale transportable dans le cas d'un caloduc en cuivre de forme cylindrique ; suivant le fluide caloduc et la température de fonctionnement (température de la vapeur). La puissance maximale représente la valeur minimale de toutes les limites de fonctionnement. Les performances sont fortement influencées par la nature du fluide et de la température de fonctionnement. La puissance augmente rapidement avec la température, elle atteint une valeur maximale puis diminue alors que la température augmente. Cette baisse de puissance thermique est liée à l'apparition de la limite d'ébullition.

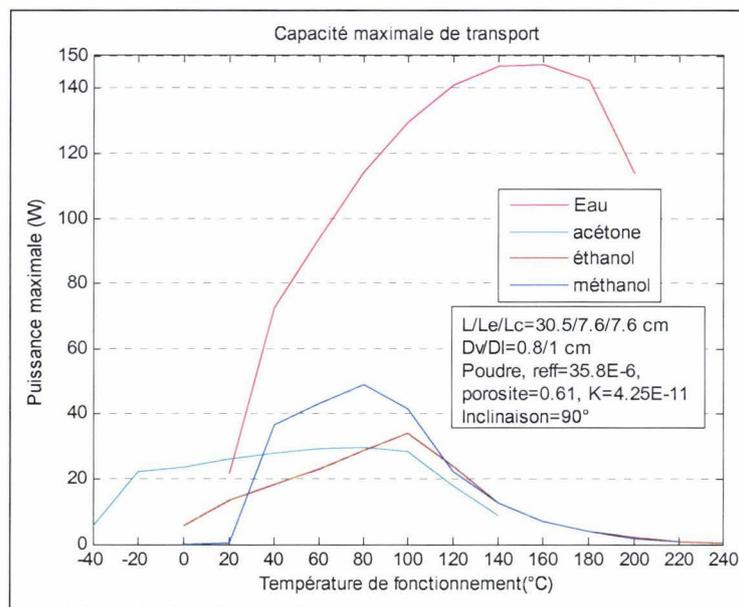


Figure 3- 3 : Puissance maximale du caloduc en fonction de la température et suivant le fluide caloduc, en position verticale (position favorable)

Parmi les fluides simulés, l'eau présente le meilleur potentiel énergétique dans la gamme de température (20 à 200°C), en témoigne le tracé de la Figure 3- 4 qui compare les performances de ces fluides à l'aide du facteur de mérite. Le facteur de mérite en fonctionnement capillaire M_c est défini par :

$$M_c = \frac{\rho_l \sigma h_{fg}}{\mu_l}$$

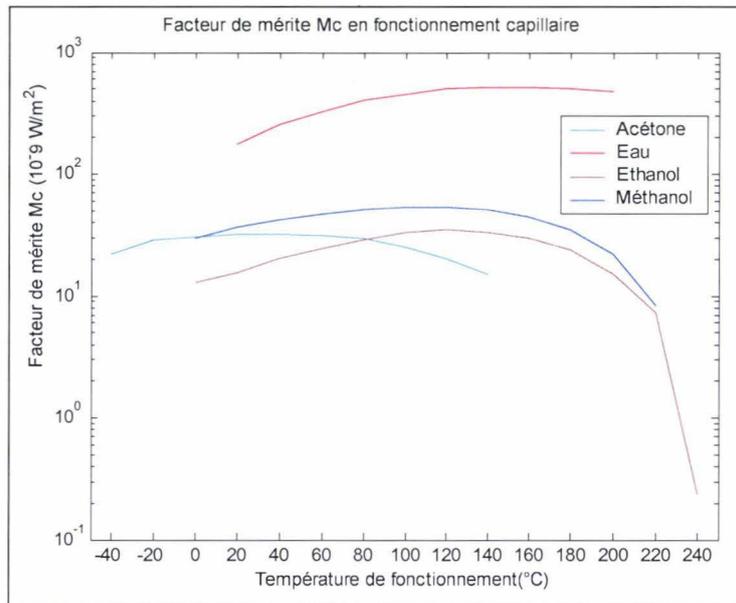


Figure 3- 4. Facteur de mérite en fonctionnement capillaire des fluides considérés

3.1.3.2 Influence de l'angle d'inclinaison

Comme évoqué dans le chapitre 1 de présentation générale, la position du caloduc a une influence notable sur les performances, Figure 3- 5. Les performances sont maximales en position verticale et diminuent fortement au fur et à mesure qu'on s'éloigne de cette position : à 100°C, le fonctionnement à l'inclinaison -90° induit une perte de puissance de près de 92% par rapport à la position 90°. L'angle 90° correspond à une position condenseur au dessus de l'évaporateur et l'inclinaison -90° à la configuration condenseur en dessous de l'évaporateur. On note aussi que plus la température augmente, moins le caloduc fonctionne en position anti-gravité (angle négatif, i.e. évaporateur au dessus du condenseur). Car à 200°C le caloduc ne fonctionne que jusqu'à -50° d'inclinaison, alors qu'à 20°C le fonctionnement est possible, quoique faible, avec même un débit plus important que le cas précédent. Cela est en parti dû au fait que lorsque la température augmente, la tension superficielle et la chaleur latente de vaporisation diminuent significativement, faisant ainsi chuter la pression motrice capillaire ($\Delta P_c = \frac{2\sigma}{r_{eff}}$) qui devient insuffisante pour compenser les pertes de pression dans l'écoulement fluide : la limite capillaire apparaît dès lors.

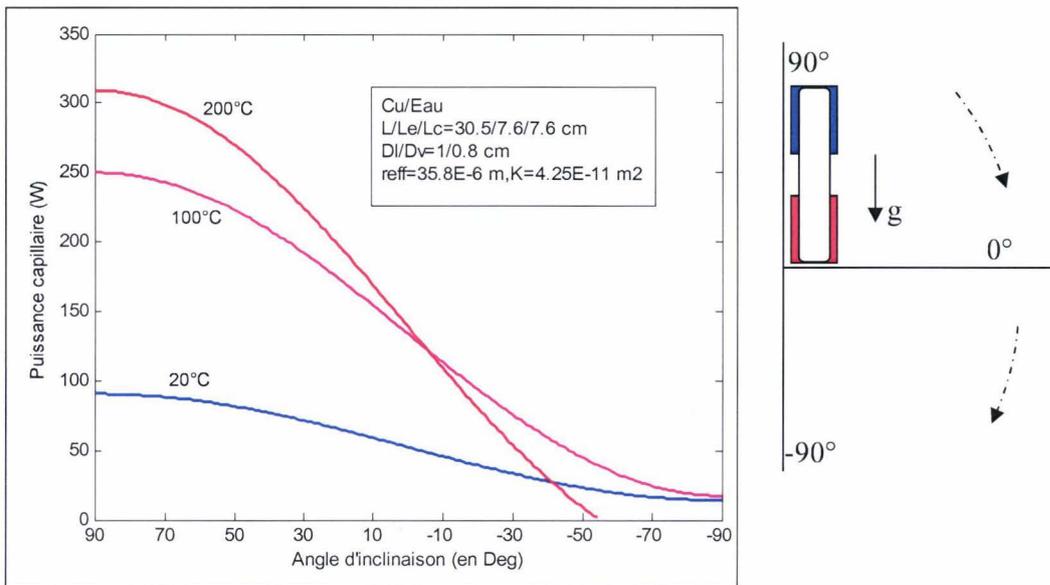


Figure 3- 5. Limite capillaire d'un caloduc Cu/eau en fonction de l'angle d'inclinaison et de la température de fonctionnement

La Figure 3- 6 présente, pour une température de fonctionnement à 140°C, la limite capillaire de quatre fluides en fonction de la position du caloduc. On y remarque qu'avec des fluides autres que l'eau, la position anti-gravité inhibe le fonctionnement et est donc très défavorable à la capacité de transport, en particulier au delà de -10°.

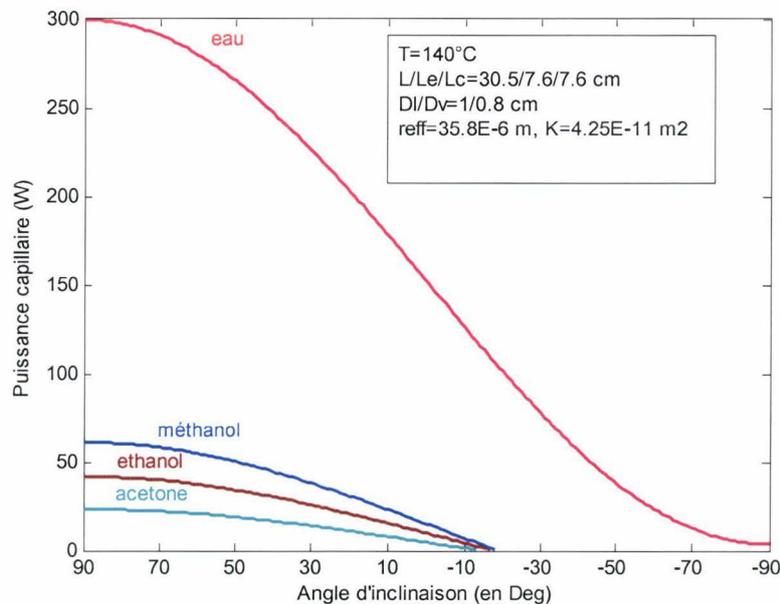


Figure 3- 6. Limite capillaire pour différents fluides en fonction de la position du caloduc pour une température de fonctionnement à 140°C.

3.1.3.3 Sensibilité à la longueur de la zone adiabatique du caloduc

La Figure 3- 7 présente l'influence de la longueur de la zone adiabatique (espacement entre évaporateur et condenseur) sur la limite capillaire d'un caloduc. Les longueurs du condenseur et de l'évaporateur sont supposées constantes.

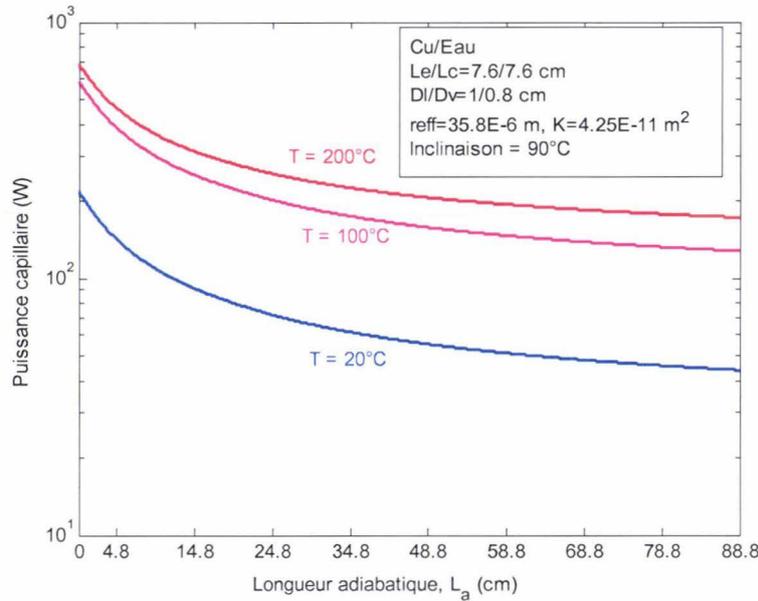


Figure 3- 7. Limite capillaire en fonction de la taille du caloduc

L'influence de la longueur de la zone adiabatique est bien marquée en particulier lorsqu'elle est très courte (proche de zero). Toutefois au-delà de 50 cm, l'influence est peu marquée. On en déduit donc que plus la zone de transport (adiabatique) est réduite, plus le débit de vapeur est important (réduction des pertes de charge dans le canal vapeur) et meilleures sont les performances. Dans la pratique, la zone adiabatique reste difficilement identifiable car comme l'ont montré *Ismail et Zanardi* [IsK/1996] et *Vadakkan et al.* [VaU/2000], au cours du fonctionnement du caloduc, les phénomènes d'évaporation et de condensation ne se limitent pas seulement dans les zones chauffée et refroidie mais aussi dans la zone adiabatique, ce qui tend à rétrécir la zone adiabatique (au profit des zones d'évaporation et de condensation) quand la charge imposée augmente. Toutefois, pour assurer le bon fonctionnement il faudrait bien évidemment s'assurer que les zones évaporateur et condenseur ne s'interpénètrent pas. En termes de dimensionnement, réduire la longueur de la zone adiabatique revient à déterminer la distance minimale (comprise entre l'évaporateur et le condenseur) pour laquelle la diminution de la zone adiabatique n'inhibe pas le fonctionnement du caloduc.

3.1.3.4 Influence des propriétés de la mèche (poudre métallique)

La mèche assure le retour du condensat à l'évaporateur, c'est le « moteur » du caloduc. Il apparaît donc qu'elle a, au travers de ses caractéristiques, une influence certaine sur les performances du caloduc. Trois paramètres servent à caractériser la mèche capillaire du caloduc : la porosité (ε), le rayon effectif (r_{eff}) et la perméabilité (K). Ces paramètres sont interdépendants et la relation qui les lie est fonction du type de mèche. Le quotient du carré du rayon de pore et de la perméabilité étant adimensionné, on définit le nombre ψ égal à ce

$$\text{quotient : } \psi = \frac{(r_{eff})^2}{K}.$$

La formule utilisée dans Bricard [BrA/1997] permet d'établir la relation suivante en fonction de la porosité, dans le cas d'une poudre frittée :

$$\psi = \frac{(r_{eff})^2}{K} = 31.5 \times 0.41^2 \times \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \quad \text{Eq. 3- 1}$$

Plus la porosité augmente, plus le facteur ψ diminue. À porosité donnée, multiplier le rayon de pore effectif par 10 revient à multiplier par 100 la perméabilité de la mèche, Figure 3- 8.

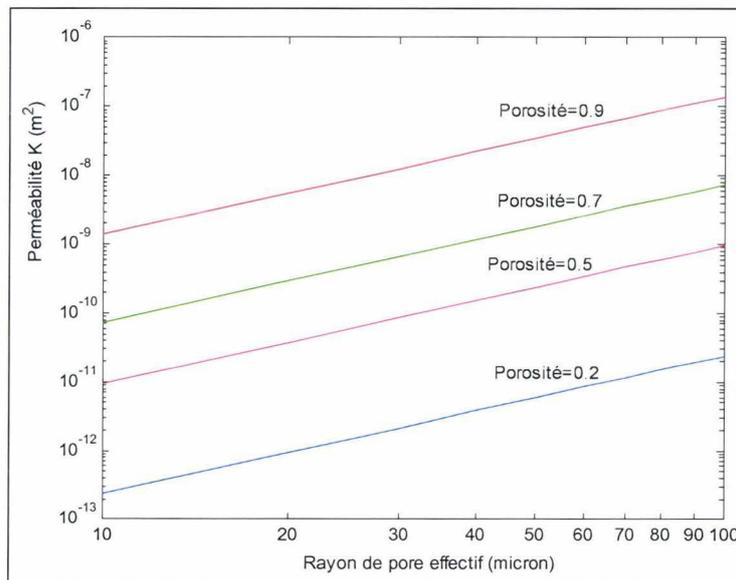


Figure 3- 8. Perméabilité et rayon de pore en fonction de la porosité d'une mèche en poudre métallique

Pour des raisons de technologie de fabrication et de coût, la valeur du rayon de pore est limitée et déterminée par le procédé de fabrication de la mèche capillaire. Les valeurs typiques sont comprises entre 30 et 80 μm [FaA/1994]. La Figure 3- 9 présente l'évolution des limites capillaire et d'ébullition en fonction de la porosité lorsque le rayon de pore, r_{eff} , est

compris entre 10 et 100 μm . À température constante, la puissance capillaire augmente avec la porosité (facteur ψ diminue) tandis que la puissance d'ébullition diminue mais avec une sensibilité à la porosité relativement faible.

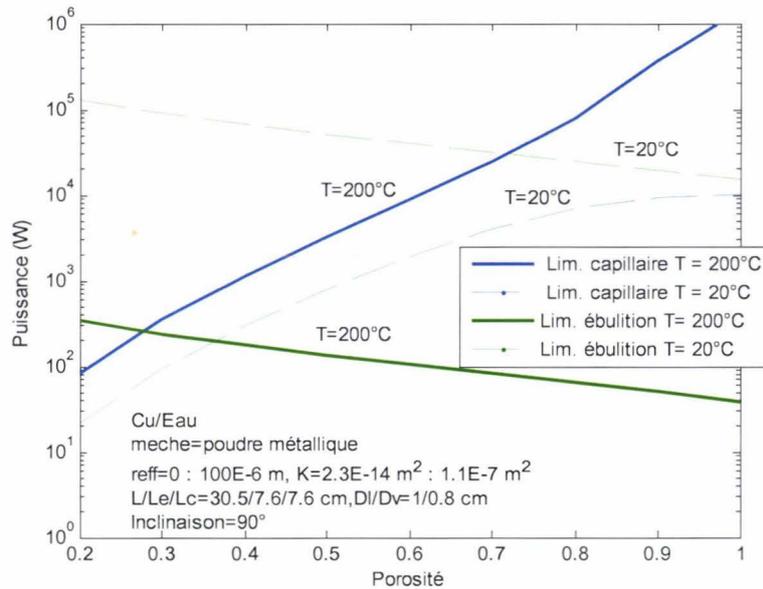


Figure 3- 9. Limites capillaire et ébullition en fonction de la porosité

Influence du rapport K/r_{eff}

Dans le cas où le caloduc est à l'horizontal ($\phi = 0^\circ$), en négligeant la chute de pression dans la vapeur, la formule de la puissance capillaire se simplifie en :

$$Q_{cap} = 2 \left(\frac{A_l K}{r_{eff}} \right) \left(\frac{\sigma \rho_l h_{fg}}{\mu_l} \right) \times \frac{1}{0.5L_e + L_a + 0.5L_c} \quad \text{Eq. 3- 2}$$

On remarque alors que la limite capillaire est proportionnelle au terme $\frac{A_l K}{r_{eff}}$ qui caractérise le réseau capillaire, Figure 3- 10.

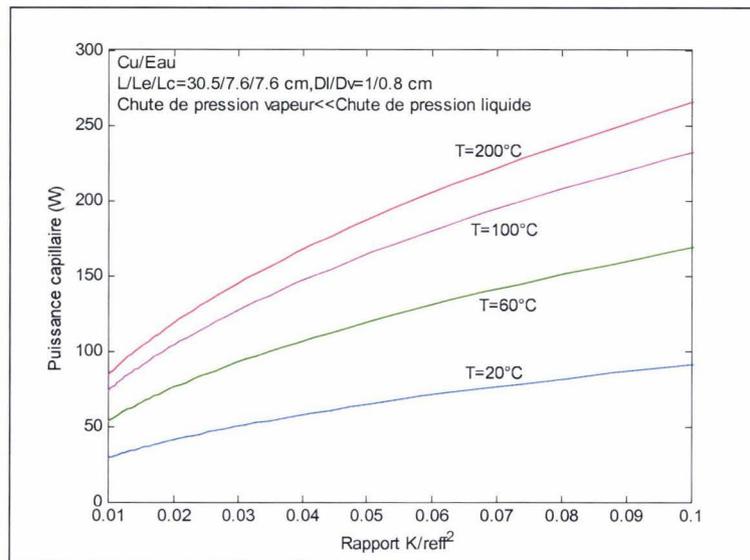


Figure 3- 10. Influence du rapport de la perméabilité au rayon de pore

3.1.4. Résultats d'un cas test

3.1.4.1 Spécification du cas d'étude

Il s'agit d'une version de base permettant de simuler 6 composants montés sur le caloduc (cf. Figure 3- 11). Les composants sont supposés dissiper des puissances identiques et la résistance thermique de contact est supposée négligeable.

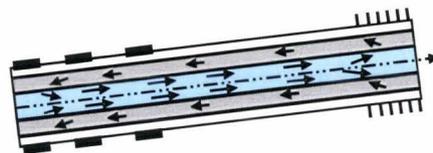


Figure 3- 11. Schéma de base

Les dimensions et caractéristiques suivantes ont été testées et les résultats sont présentés dans la suite :

- ⇒ taille typique d'un MOSFET : $L \times l \times H = 7 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times 300 \text{ } \mu\text{m}$,
- ⇒ dimensions du caloduc : $L/L_c = 12/4 \text{ cm}$, $D_l/D_v = 10/8 \text{ mm}$,
- ⇒ disposition des composants : espacement entre deux composants : $d_1 = d_2 = 9,5 \text{ mm}$
- ⇒ angle d'inclinaison : 90°
- ⇒ matériau/Fluide : Cuivre/Eau

⇒ mèche (toile/poudre métallique) : porosité = 0.73/0.61, perméabilité = $5.2 \times 10^{-11}/4.25 \times 10^{-11}$, rayon de pore = $5.8 \times 10^{-5}/3.5 \times 10^{-5}$

Les pertes thermiques dans les zones adiabatiques et entre les puces sont supposées nulles ($\alpha_{La} = \alpha_{d1} = \alpha_{d2} = 0$).

Avec ces spécifications, le programme nous permet d'obtenir les résultats qui suivent.

3.1.4.2 Les limites de fonctionnement

Dans le cas test envisagé, on obtient (Figure 3- 12) que les limites prépondérantes sont respectivement la limite capillaire (en fonctionnement optimal) et la limite d'ébullition (à haute température). La mèche en poudre métallique fournit des performances bien meilleures que celles en toile métallique. En effet avec la poudre, la puissance capillaire est plus importante (le terme $\frac{K}{r_{eff}}$ vaut 1.21 alors qu'avec la toile il vaut 0.89) et la limite d'ébullition est moins contraignante (Figure 3- 12) dans la mesure où la poudre métallique contribue à réduire la formation de bulle dans la mèche.

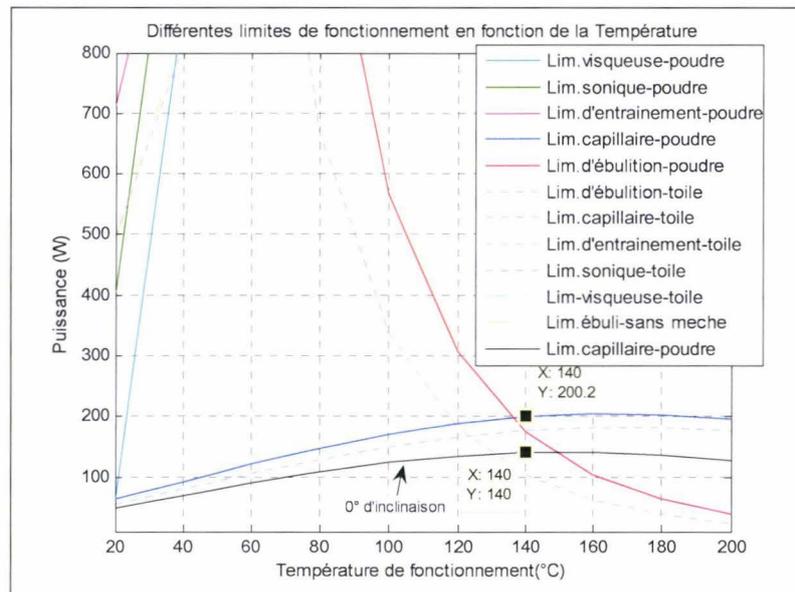


Figure 3- 12. Limites de fonctionnement suivant la température

Le bon fonctionnement du caloduc est donc assuré lorsque le flux imposé se situe dans l'aire définie par l'intersection de différentes limites identifiées, Figure 3- 12. Même si les autres limites (sonique et entraînement) existent, elles nous intéressent peu car pour le

dimensionnement il s'agit d'identifier les performances pour lesquelles aucune limite n'intervient dans le fonctionnement du caloduc.

La Figure 3- 13 présente le domaine de fonctionnement en température du caloduc pour les deux type de mèches envisagées. Pour chaque température, la puissance maximale (Q_{max}) à dissiper est calculée. Celle-ci correspond en fait à la valeur minimale de toutes les limites de fonctionnement calculées. La puissance limite (Q_{max}) augmente rapidement avec la température et suit l'allure de la puissance capillaire. Dans le cas d'une mèche en toile, les risques d'ébullition (au-delà de la surchauffe admissible à la paroi) limitent les capacités de transport, ce qui se traduit par une baisse prononcée de la puissance à haute température (à partir de 120°C). L'augmentation en température de 120 à 200°C implique une diminution de 166.3 W à 23.7 W, soit une perte de puissance de 85.6%. Cependant avec la mèche en poudre, le domaine de fonctionnement est plus large (étendu) à haute température et on atteint une puissance maximale de 189 W à 120°C puis une baisse moins importante que le cas précédent (78.8% de 120°C à 200°C) liée à la limite d'ébullition qui apparaît à 140°C, Figure 3- 13.

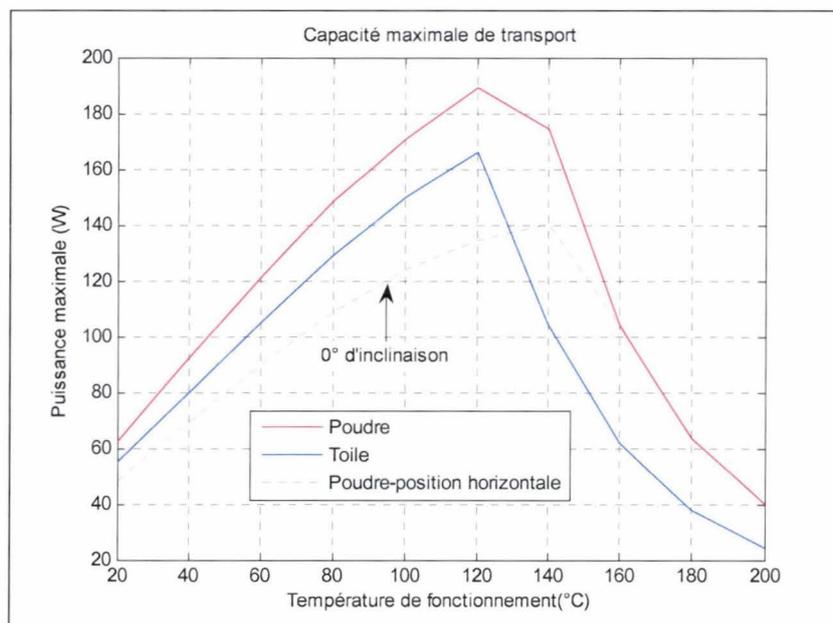


Figure 3- 13. Domaine de fonctionnement et performances maximales du caloduc

Avec l'hypothèse d'un flux de chaleur uniforme au niveau de chaque composant, on obtient une loi linéaire du débit de vapeur le long du caloduc. Le débit augmente avec la

température de fonctionnement et est maximal dans la zone adiabatique, Figure 3- 14. Il y a un effet d'accumulation des différents débits :

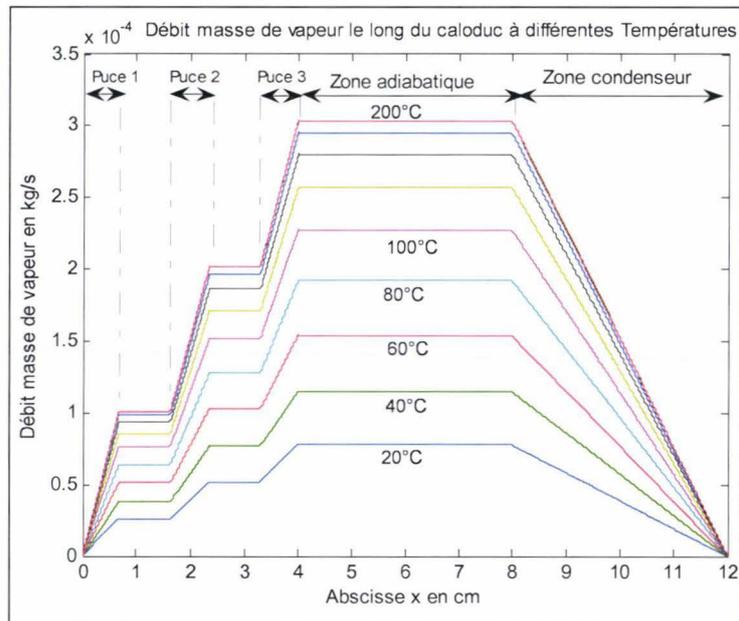


Figure 3- 14. Débit massique de vapeur le long du caloduc pour la mèche en poudre métallique, avec l'hypothèse que les zones non refroidies et chauffée sont adiabatiques

La Figure 3- 15 présente les vitesses de vapeur (dans la zone adiabatique) correspondant aux différentes limites de fonctionnement. Dans la zone de fonctionnement déterminée précédemment, les vitesses sont faibles : < 35 m/s. Ce qui justifie l'hypothèse de base à savoir l'écoulement incompressible de la vapeur, Figure 3- 16 et Figure 3- 17.

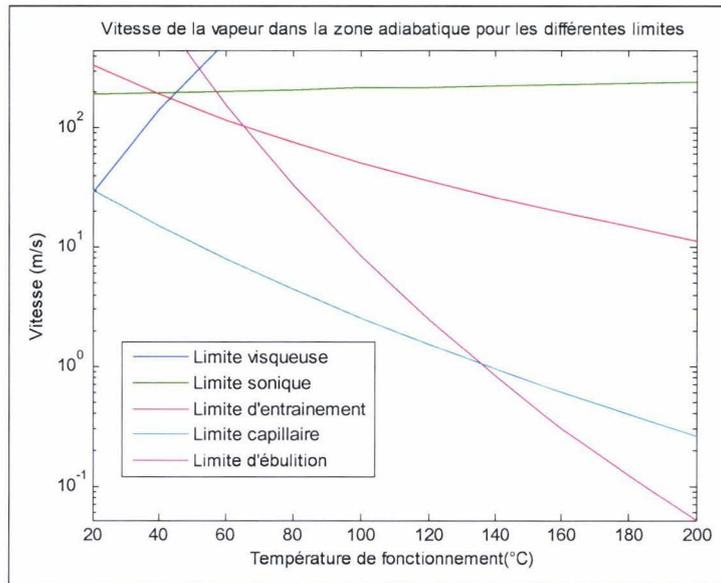


Figure 3- 15. Vitesse de la vapeur pour les différentes limites en fonction de la température, dans le cas de la mèche en poudre métallique

On note à la Figure 3- 15 que ce sont toujours les limites capillaire et d'ébullition qui sont limitantes.

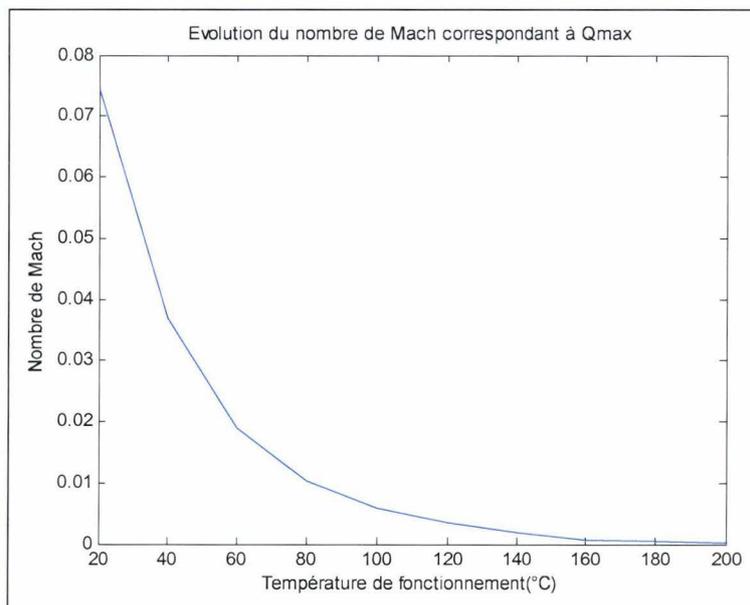


Figure 3-16. Nombre de Mach en fonction de la température de fonctionnement

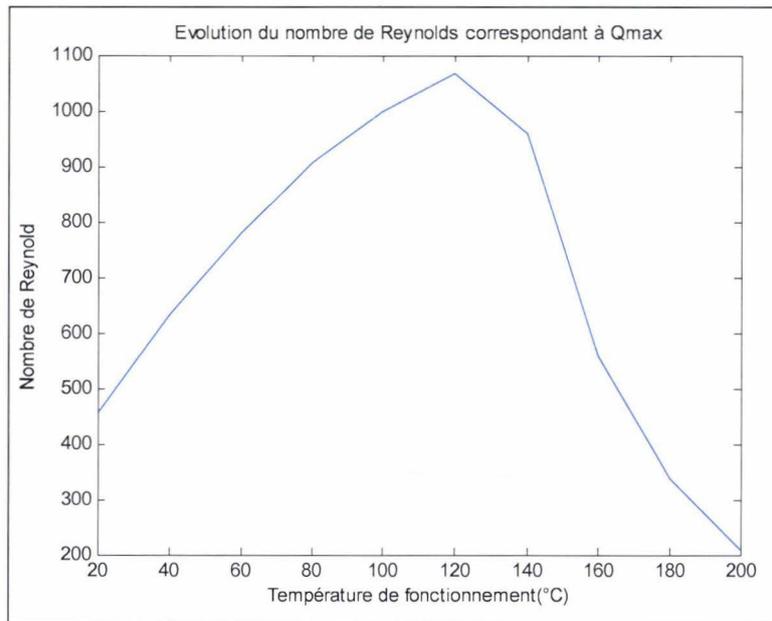


Figure 3- 17. Nombre de Reynolds en fonction de la température de fonctionnement

Dans la formulation de la limite capillaire, nous supposons que la zone comprise entre deux composants (de distance d_1 et d_2) se comporte comme une zone adiabatique. À ce titre, le flux axial y est constant. Cette hypothèse reste bien entendu très simplificatrice et mérite d'être analysée plus finement car le transport dans cette zone semble beaucoup plus complexe. La Figure 3- 18 présente l'influence de la distance, d , entre deux composants sur les puissances capillaire et d'ébullition à longueurs L et L_c constantes ($L=12\text{cm}$ et $L_c=4\text{cm}$). Plus les composants sont rapprochés, plus la longueur de la zone adiabatique (zone de longueur L_a) augmente et plus la puissance capillaire diminue (Figure 3- 7). La limite d'ébullition étant proportionnelle à la longueur effective (ici constante), elle n'est pas influencée par l'espacement entre composants. Toutefois celle-ci diminue fortement avec la température de fonctionnement.

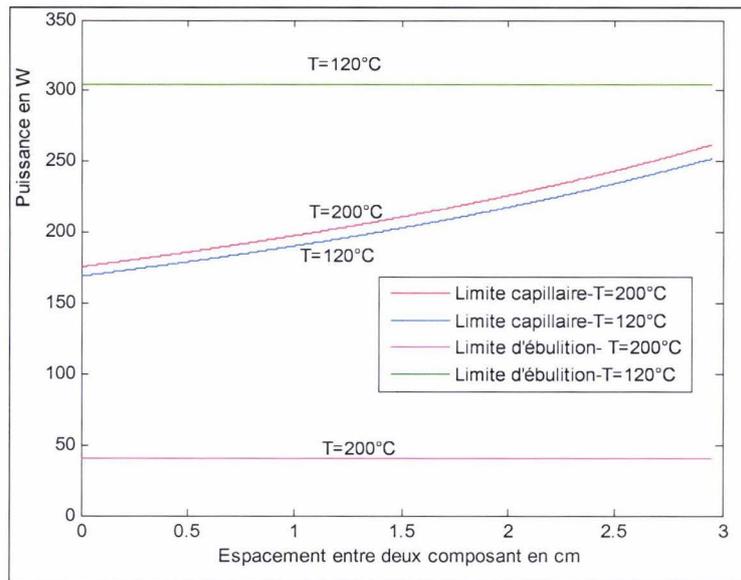


Figure 3- 18. Influence de la distance entre deux composants, dans le cas la mèche en poudre

3.2. Modèle transitoire « 0 D »

Nous présentons ci-dessous quelques cas typiques de puissances dissipées soit dans un Switch (= 2 MOSFETS) ou ½ Switch au cours d'un mode de démarrage. La réponse du caloduc est déterminée par le modèle transitoire « 0 D » et comparée à celle d'un dissipateur (barreau) de dimension et caractéristiques équivalentes au caloduc.

Les dimensions et caractéristiques suivantes ont été testées et les résultats sont présentés dans la suite :

⇒ dimensions du caloduc⁹ : $L/L_e/L_c = 30/10/10$ mm, $D_{ext}/D_L/D_V = 6,4/4,4/4$ mm,

⇒ matériau/Fluide : Cuivre/Eau

⇒ structure capillaire en poudre de cuivre : porosité=0,9, perméabilité = $1,43 \times 10^{-11} \text{ m}^2$, rayon de pore = $1,0192 \times 10^{-6} \mu\text{m}$,

⇒ condenseur : $h_{cd} = 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$, $T_a = 25^\circ\text{C}$,

⇒ évaporateur : le profil de puissance dissipé par le composant électronique posé sur le caloduc est représenté par la Figure 3- 19.

⁹ cf. réunion Valeo du 14/12/05

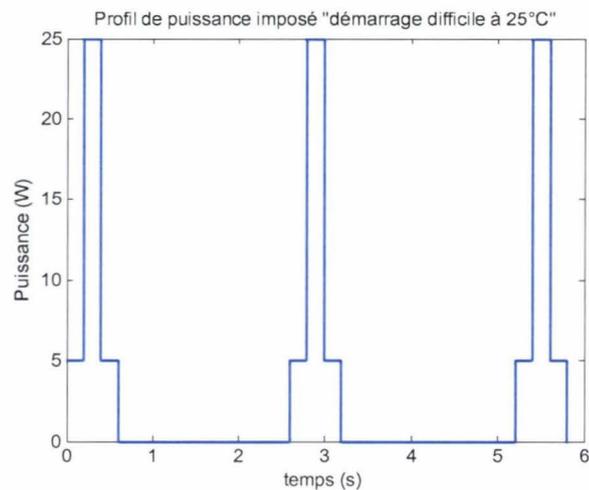


Figure 3- 19. Evolution temporelle de la puissance thermique dissipée à l'évaporateur du caloduc

La Figure 3- 20 présente les réponses en température du caloduc en fonction du temps. Les performances du caloduc sont comparées à celles de dissipateurs : barreau plein et creux. Ce modèle prévoit une meilleure réponse du caloduc vis-à-vis du barreau creux. Toutefois, du fait de sa plus grande inertie thermique le dissipateur plein semble plus apte à emmagasiner l'énergie thermique du composant. L'échauffement dans le cas d'un dissipateur plein est donc plus limité que dans le cas du caloduc, Figure 3- 21. Ce déficit constaté dans le cas du caloduc est intimement lié aux approximations faites par le modèle « 0 D » précisément dans la caractérisation des résistances thermiques équivalentes.

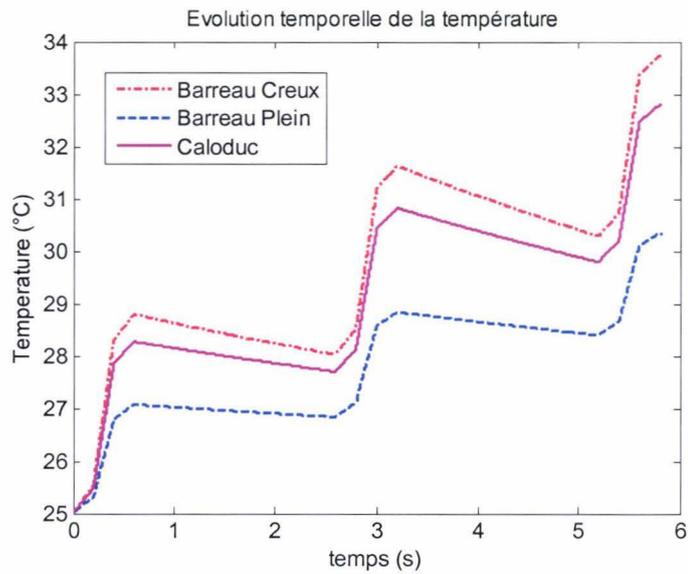


Figure 3- 20. Réponse en température du caloduc au cours du cycle de « démarrage difficile »

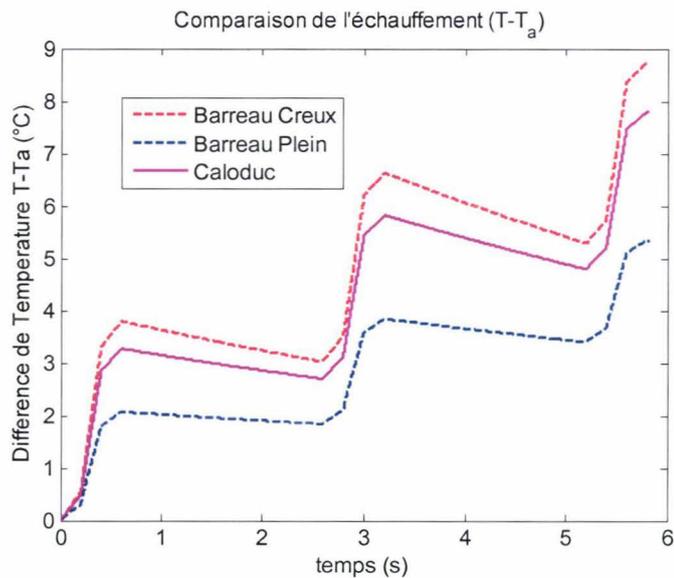


Figure 3- 21. Echauffements du caloduc et des dissipateurs

Le modèle « 0 D » semble sous-estimer la réponse du caloduc car la définition d'une température uniforme qui physiquement est inaccessible étant donné que la garantie du fonctionnement du caloduc reste intimement liée à l'existence du gradient de température entre le condenseur et l'évaporateur. Les effets d'évaporation et de condensation qui gouvernent le fonctionnement et l'effet caloduc ne sont pas pris en compte dans ce modèle.

3.3. Modèle transitoire « à deux températures »

On présente ici des résultats de calculs du modèle à deux températures présenté au chapitre II. Les caractéristiques du caloduc considéré sont rappelées ci-avant :

- Longueur $L = 30$ mm, longueur évaporateur $L_e = 10$ mm et longueur condenseur $L_c = 10$ mm,
- Rayon de l'espace vapeur $R_v = 2$ mm, épaisseur de mèche = 0,2 mm, épaisseur d'enveloppe = 1 mm,
- Coefficient d'échange au condenseur, $h_{cd} = 1000$ W/m²K (équivalent à une résistance thermique au condenseur de $R_c = 4,9736$ K/W), $T_a = 25^\circ\text{C}$.

Les caractéristiques de la structure capillaire sont :

- perméabilité $K = 1,4300\text{E}^{-11}$ m², porosité $\varepsilon = 0,9$, conductivité thermique $\lambda_{eq} = 0,8016$ W/mK

Avec ces données, les valeurs des différents paramètres (capacités thermiques et temps caractéristiques) intervenant dans l'équation de ce modèle (chapitre II) sont : $C_e = C_c = 0,7443$ J/K, $\tau_{t,e} = \tau_{t,c} = 0,0051$ s, $\tau_c = 3,7020$ s.

La Figure 3- 22 et Figure 3- 23 illustrent la réponse en température du caloduc soumis à la charge thermique du composant au court d'un démarrage, cf. Figure 3- 19. Les performances du caloduc sont confrontées à celles des dissipateurs (barreaux) plein et creux. Le dissipateur creux caractérise un caloduc défaillant, c'est-à-dire un caloduc ayant par exemple atteint sa limite de fonctionnement. La température de l'évaporateur représente la température du composant. L'échauffement du composant dans le cas du caloduc est meilleur que celui dans des dissipateurs creux. Toutefois, l'écart par rapport au dissipateur plein est relativement faible. L'effet caloduc (transport de chaleur par évaporation-condensation) se traduit par un fonctionnement homogène du caloduc, à savoir une différence de température évaporateur - condenseur très faible, en témoigne la Figure 3- 24.

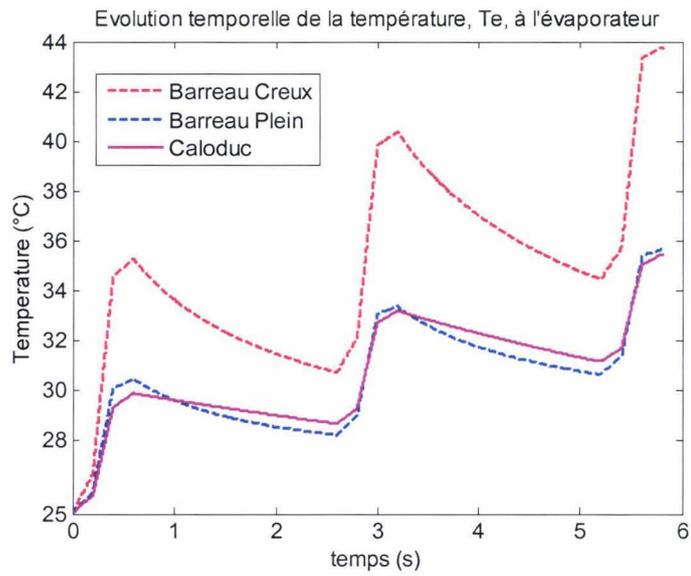


Figure 3- 22. Evolution temporelle de la température T_e de l'évaporateur

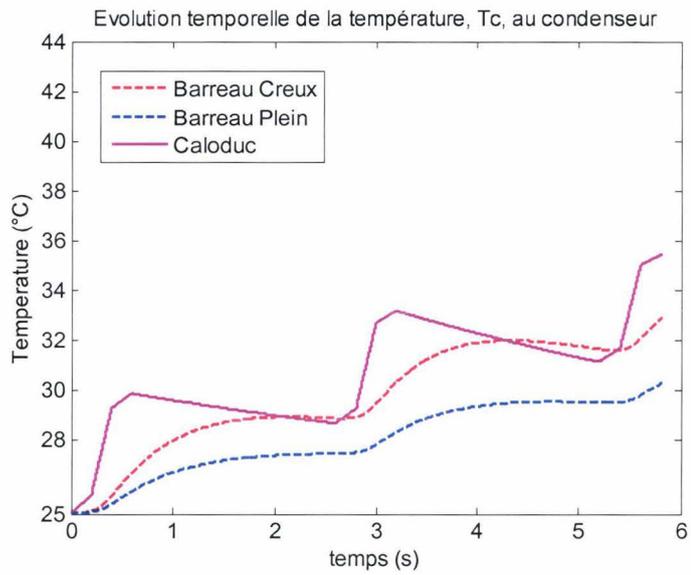


Figure 3- 23. Evolution temporelle de la température T_c au condenseur

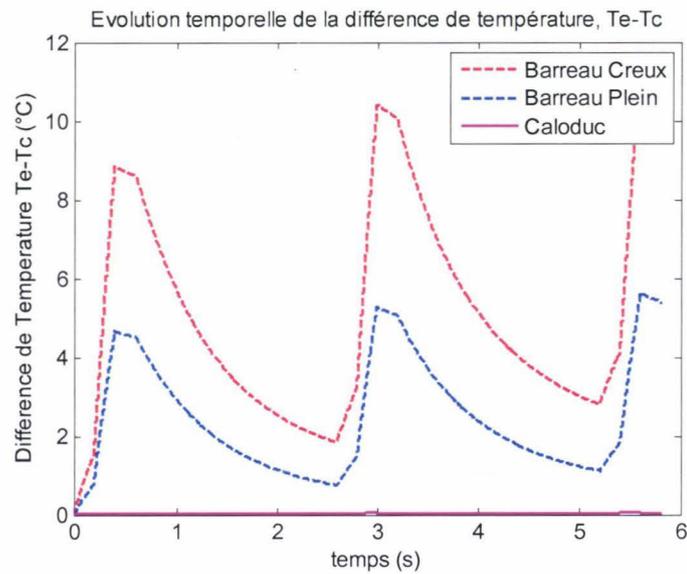


Figure 3- 24. Différence de température évaporateur – condenseur, illustration de l’effet caloduc

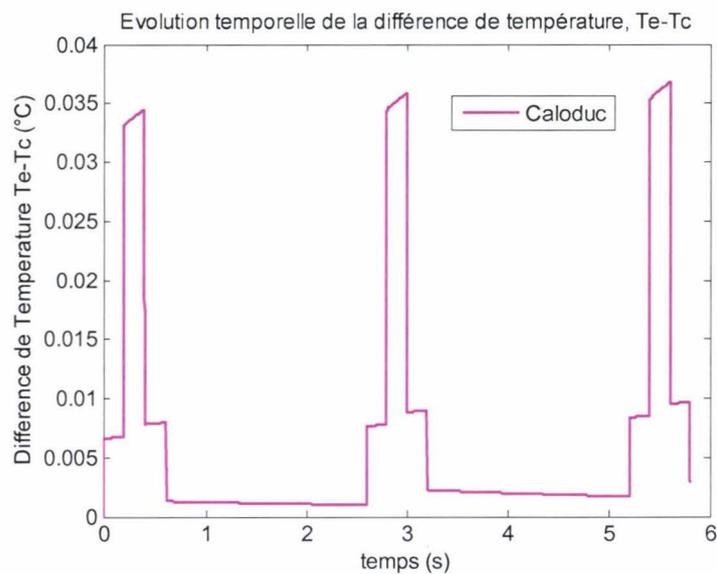


Figure 3- 25. Différence de température évaporateur – condenseur, dans le cas du caloduc

Comparé aux dissipateurs (barreau), le caloduc présente l’intérêt de fournir une résistance thermique équivalente très faible permettant de maintenir la même température aux extrémités du caloduc, Figure 3- 25.

Les différentes résistances thermiques équivalentes caractérisées par ce modèle sont tracées à la Figure 3- 26. Dans les calculs, on prend en compte la dépendance en temps de la résistance thermique globale, R_r . La conductance équivalente à l’évaporation – condensation est prédominante par rapport aux autres conductances identifiées par le modèle. C’est le

paramètre d'ordre 1 dans la détermination de la résistance thermique totale. On note que la dépendance en temps n'est pas marquée puisque sa valeur reste constante durant le cycle considéré. Les débits d'évaporation et de condensation caractérisés dans l'expression de la résistance thermique d'évaporation-condensation est présenté à la Figure 3- 27.

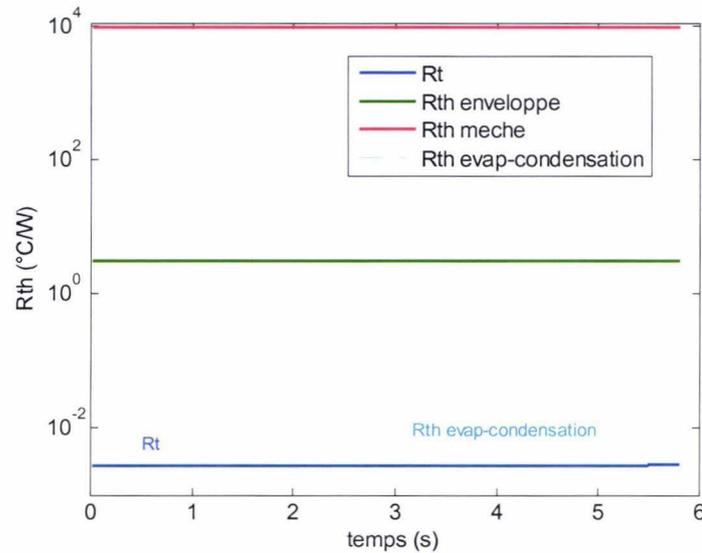


Figure 3- 26. Résistances thermiques formulées dans le modèle à deux températures

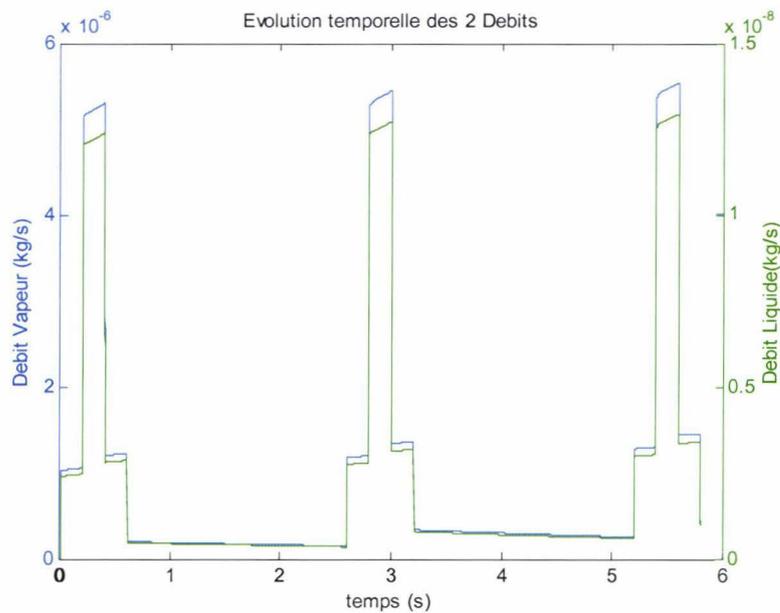


Figure 3- 27. Débits d'évaporation et de condensation caractérisés par le modèle à deux températures

La Figure 3- 28 présente les réponses des différents dispositifs déterminées par le modèle « 0 D » et le modèle « à deux températures ». La température moyenne représente la valeur moyenne de la température de l'évaporateur et du condenseur, dans le cas du modèle « à deux températures ». Comme déjà énoncé, le modèle « 0 D » sous estime les performances par rapport au modèle « à deux températures ».

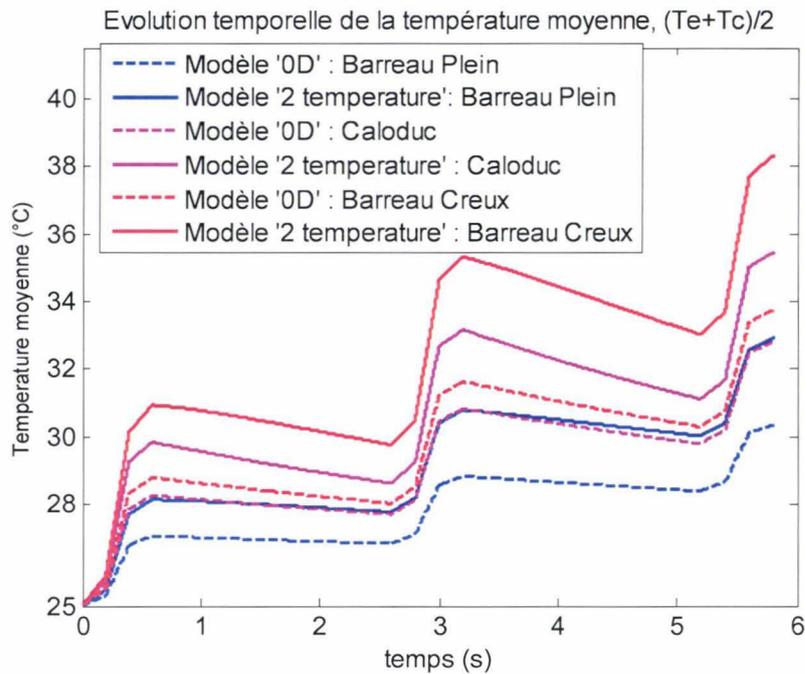


Figure 3- 28. Confrontation du modèles « 0 D » au modèle « à deux températures »

Ce modèle, simple dans sa mise en œuvre, est intéressant et permet dans une approche globale d'estimer les performances en régime transitoire d'un caloduc. Cette démarche constitue un premier outil rapide d'évaluation du comportement transitoire d'un caloduc. Le modèle reste bien évidemment sujet à amélioration et révision, en particulier la démarche de détermination de la résistance thermique associée à l'évaporation – condensation.

3.4. Modèle transitoire thermique 2D

Le caloduc utilisé pour la simulation a les caractéristiques identiques à celui présenté dans le cas précédent. Les conditions de simulations sont donc identiques au cas précédent (sections 3.2 et 3.3). Le cycle de démarrage est déjà présenté à la Figure 3- 19. La Figure 3- 29 illustre la répartition de température à travers la paroi enveloppe et la mèche du caloduc au deuxième saut de flux ($t = 3s$). Comme énoncé au chapitre précédent, le modèle 2D permet

d'évaluer la réponse locale du caloduc par la caractérisation de la distribution de température dans le caloduc. La répartition axiale de la température le long du caloduc à ce même temps ($t = 3s$) est présentée à la Figure 3- 30.

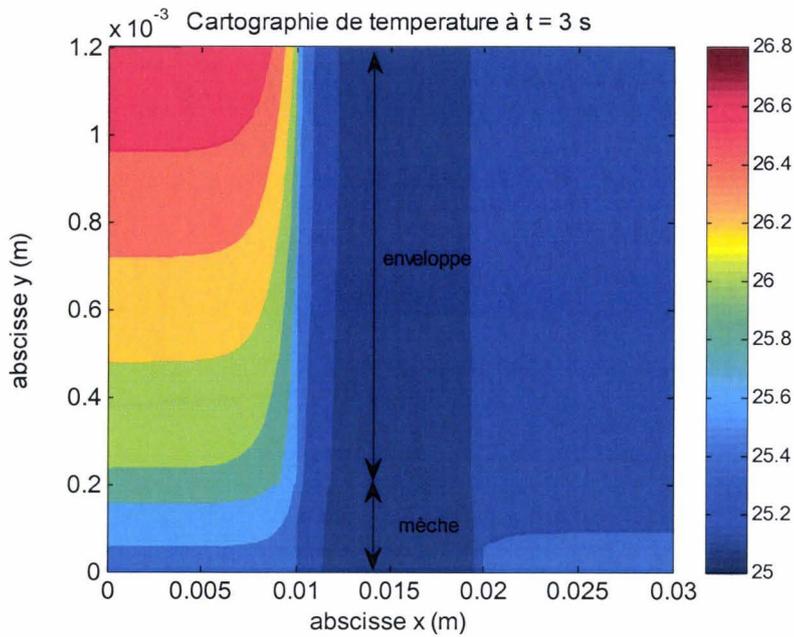


Figure 3- 29. Distribution de température dans la paroi enveloppe et la mèche

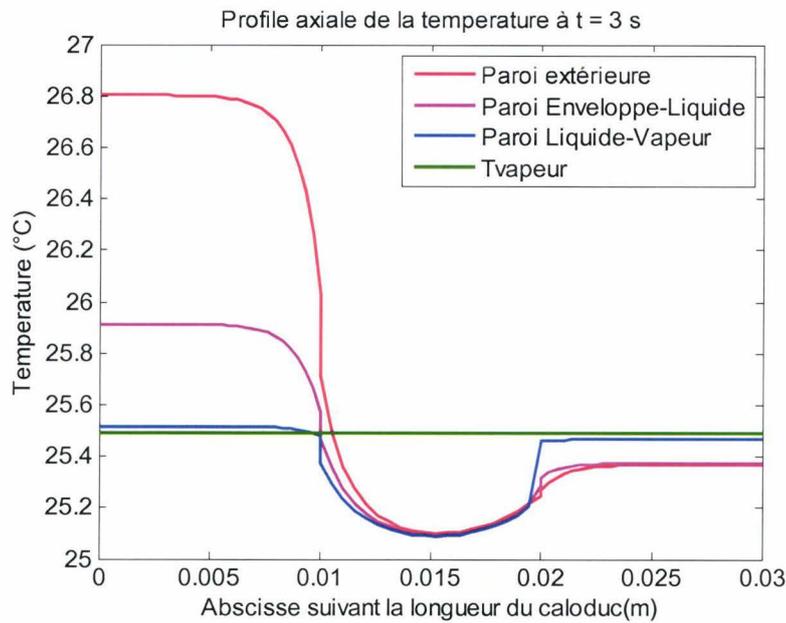


Figure 3- 30. Evolution axiale de la température le long du caloduc à $t = 3s$

Les performances du caloduc au cours du cycle de démarrage se caractérisent dans ce modèle par l'évolution temporelle des valeurs maximales de températures à l'évaporateur et

au condenseur, Figure 3- 31. Le transport par évaporation-condensation permet de réduire l'écart de température entre l'évaporateur et le condenseur.

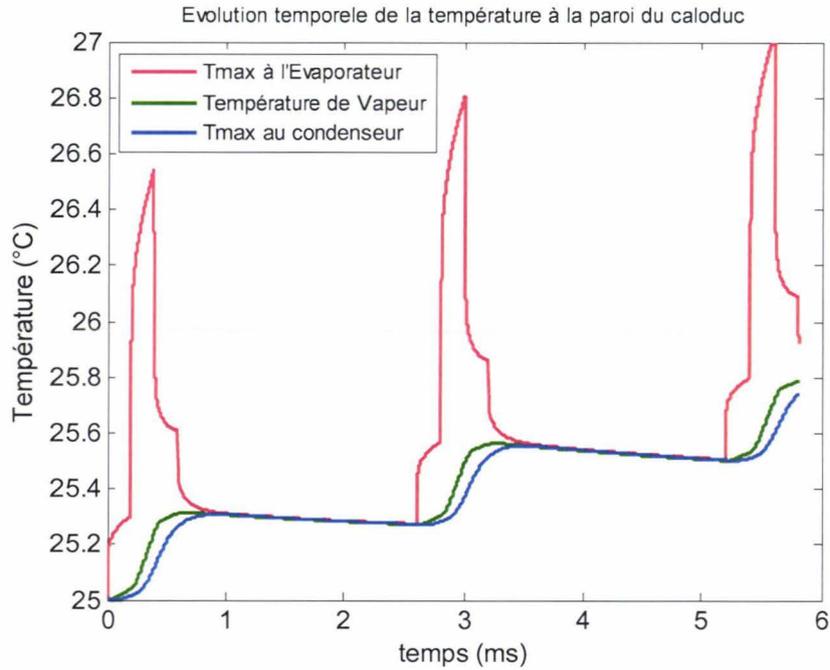


Figure 3- 31. Evolution temporelle de la température maximale à l'évaporateur et au condenseur

La confrontation de la réponse du caloduc à celle d'un barreau plein équivalent, Figure 3- 32, indique une efficacité du caloduc, en termes de réduction de différence de température entre le condenseur et l'évaporateur. Toutefois l'amélioration par rapport au dissipateur reste limitée.

La Figure 3- 33 illustre l'évolution temporelle des débits d'évaporation et de condensation, traduisant la conservation de masse fluïdique postulée dans ce modèle.

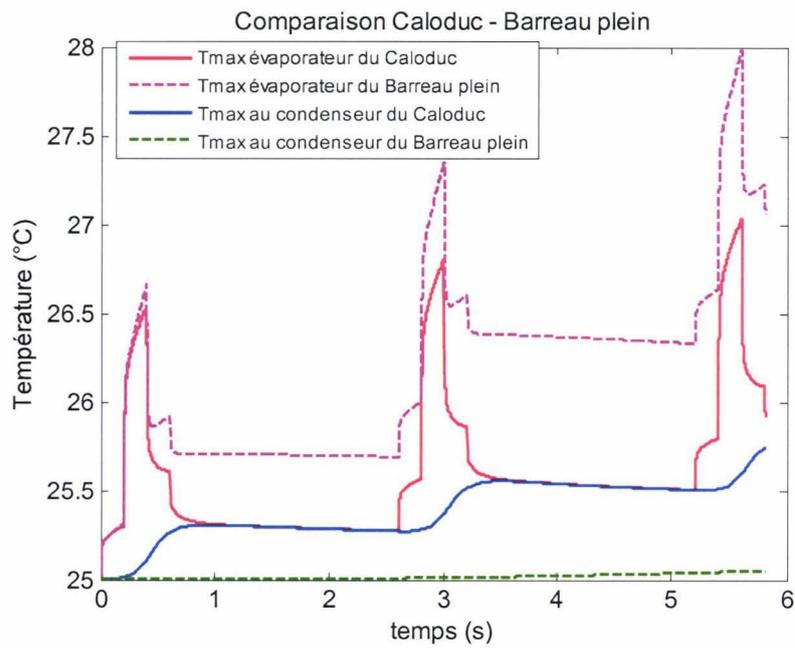


Figure 3- 32. Comparaison des réponses du caloduc et du barreau plein équivalent

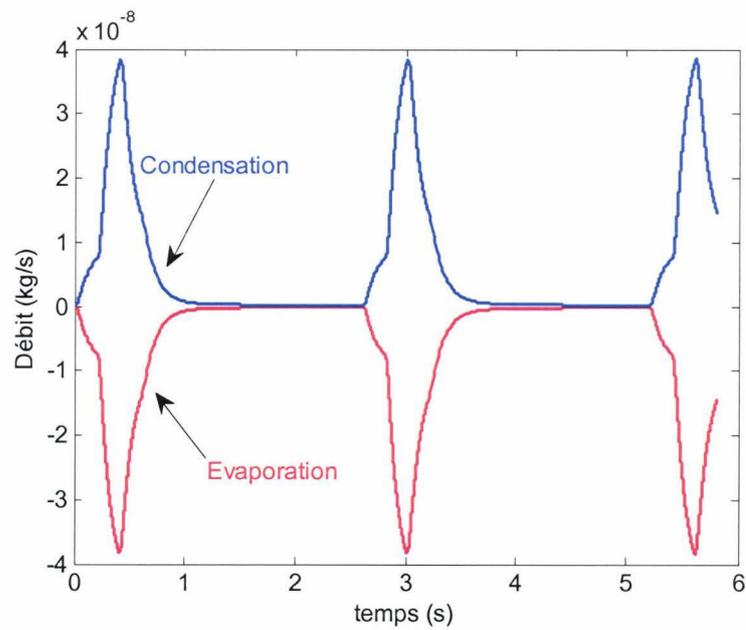


Figure 3- 33. Evolution temporelle des débits d'évaporation et de condensation

Les résultats du modèle « 2D thermique » sont confrontés à ceux des deux autres modèles présentés antérieurement, Figure 3- 34. On note que le modèle 2D thermique prévoit un échauffement largement sous-estimé par rapport à celui déterminé par les modèles « 0 D » et « à deux températures ».

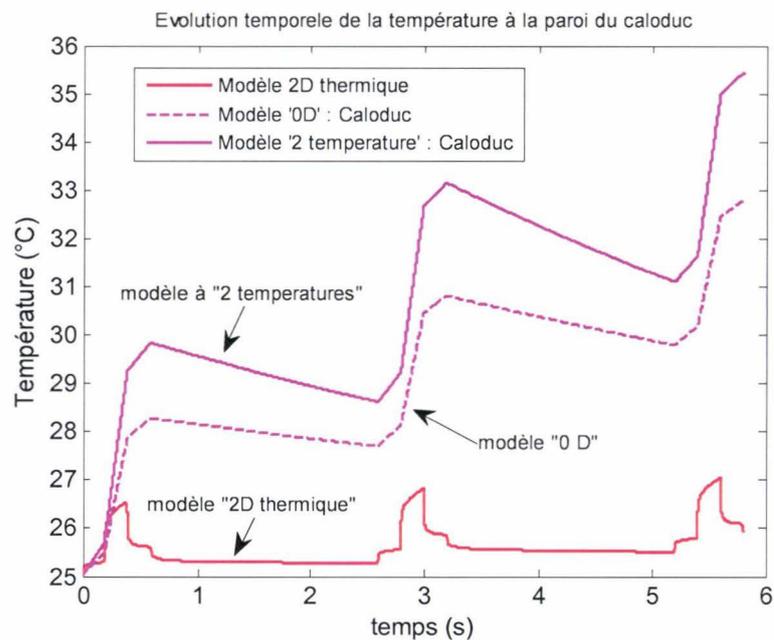


Figure 3- 34. Comparaison du modèle « 2D thermique » aux deux autres modèles

3.5. Modèle transitoire thermo-hydrodynamique

3.5.1. Comparaison avec la littérature

Nous comparons ici, les résultats du modèle numérique aux résultats analytiques de Lefèvre et al. [LeF/2006]. Le caloduc considéré est un caloduc plat Cu/Eau de taille $40 \times 40 \times 0,9 \text{ mm}^3$. Les épaisseurs d'enveloppe, de mèche et de vapeur sont respectivement $265 \mu\text{m}$, $140 \mu\text{m}$ et $230 \mu\text{m}$. Trois composants électroniques (E_1 , E_2 et E_3) et deux condenseurs (C_1 et C_2) sont apposés sur une même paroi du caloduc, Figure 3- 35. Le flux thermique dissipé par chaque composant est de 35 W.cm^{-2} . Les condenseurs sont tels que la puissance évacuée compense la puissance totale imposée aux évaporateurs. En régime permanent, les résultats obtenus par notre modèle sont comparés à ceux publiés par Lefèvre et al. [LeF/2006] (cf. Figure 3- 36, Figure 3- 37, Figure 3- 38).

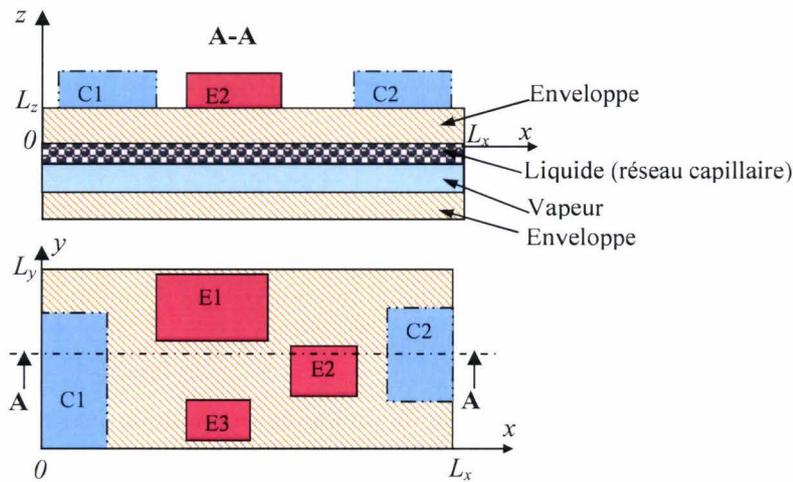


Figure 3- 35. Schéma du caloduc plat dans les plans (z, x) et (y, x), [LeF/2006]

La simulation de la configuration de Lefèvre et al. [LeF/2006] par notre modèle fournit des résultats en bon accord avec ceux des auteurs. En effet, la répartition de pression dans la vapeur (cf. Figure 3- 36a) est similaire à celle présentée par les auteurs (cf. Figure 3- 36b). Ils évaluent les pertes de charges à environ 1500 Pa et notre modèle prévoit légèrement moins, 1377 Pa, soit 8,2% d'écart. Cet écart peut provenir de l'utilisation de la loi de Darcy pour caractériser l'écoulement liquide ainsi que de la précision de la méthode numérique utilisée, bien qu'un soin particulier ait été apporté à la convergence des calculs.

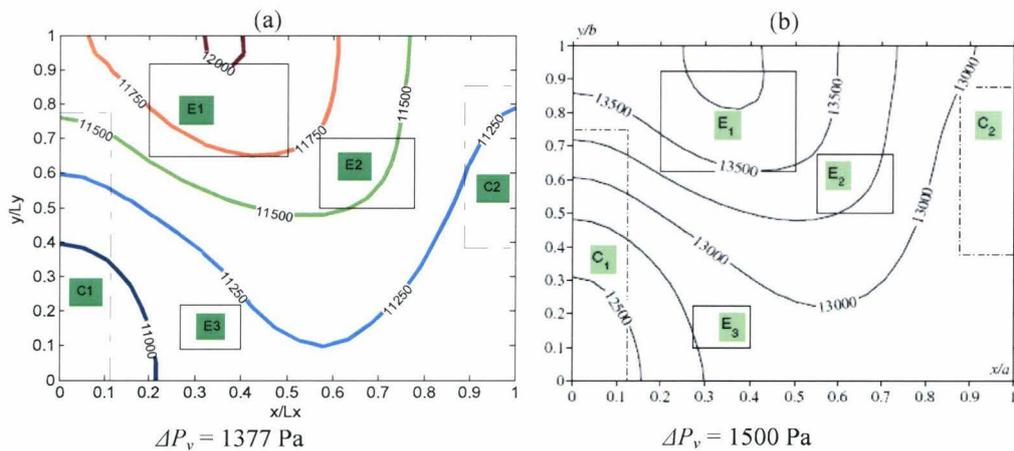


Figure 3- 36. Pression de la vapeur (Pa), résultat du modèle (a) et (b) résultat de Lefèvre et al. [LeF/2006]

Les champs de vitesse obtenus (cf. Figure 3- 37a) sont aussi en bon accord avec les travaux de Lefèvre et al. [LeF/2006] (cf. Figure 3- 37b). L'écart relatif est très faible, 4,4%.

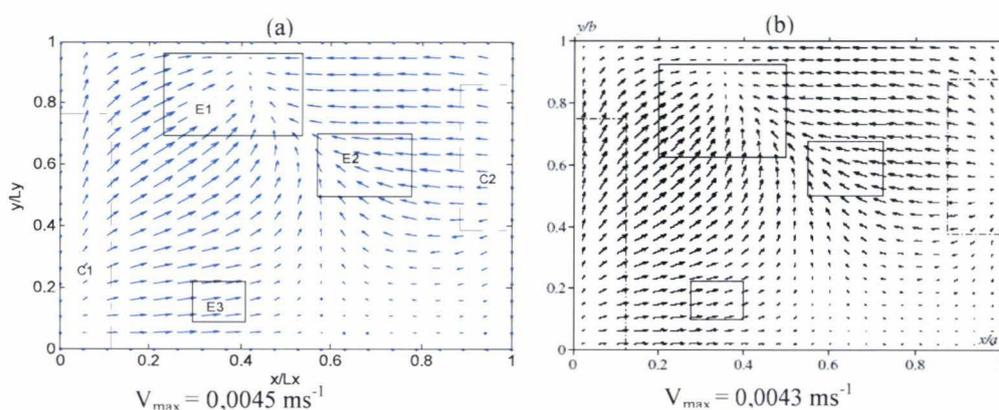


Figure 3-37. Vitesse du liquide (m/s), résultat du modèle (a) et (b) résultat analytique de Lefèvre et al. [LeF/2006]

La température de l'enveloppe est déterminée par le modèle thermique. Les résultats sont très proches de ceux des auteurs. La Figure 3- 38 présente la différence de la température pariétale (paroi où sont placés les composants) et de la température de saturation. Avec notre modèle, on obtient une différence de température maximum, $\Delta T_{max} = 49^{\circ}\text{C}$ entre le composant électronique E_1 et le condenseur C_1 (cf. Figure 3- 38a) alors que Lefèvre et al. [LeF/2006] obtiennent $\Delta T_{max} = 50^{\circ}\text{C}$ (cf. Figure 3- 38b), soit un écart absolu de 1°C .

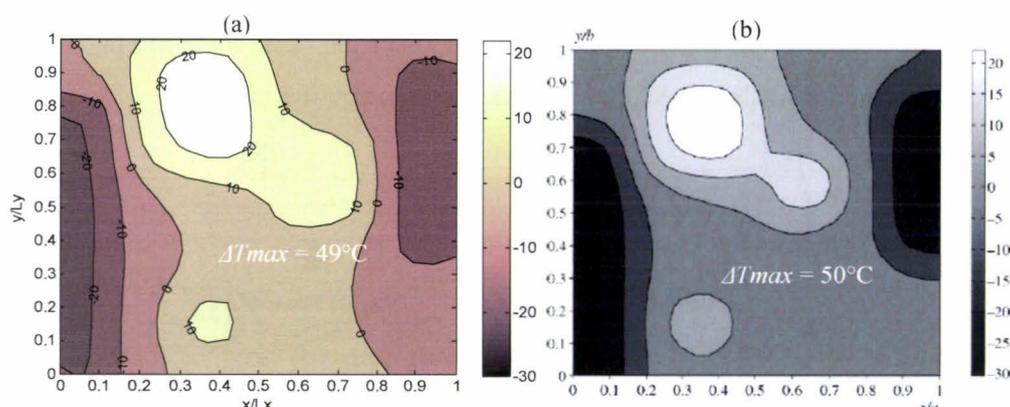


Figure 3-38. Différence de température ($T_s - T_{sat}$) (K), résultat du modèle (a) et (b) résultat analytique de Lefèvre [LeF/2006]

Cet écart peut s'expliquer par l'hypothèse imposant une température de saturation de la vapeur, T_{sat} , constante et égale à 50°C [LeF/2006]. Cette hypothèse est moins réaliste car T_{sat} dépend bien de la répartition des sources chaudes et froides à la paroi de l'enveloppe. A ce titre, la dépendance de T_{sat} avec l'espace nécessite d'être prise en compte, comme nous le faisons dans ce modèle, Figure 3- 39.

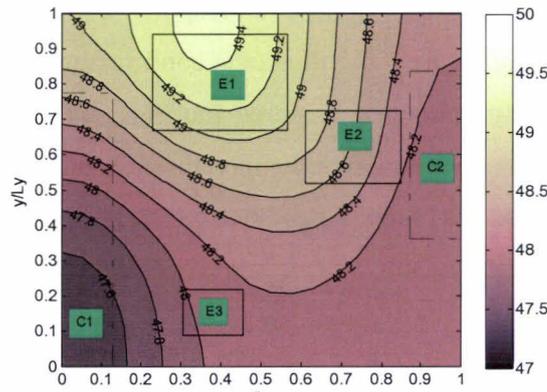


Figure 3-39. T_{sat} (°C) déterminée par notre modèle

Après la confrontation du modèle vis-à-vis de la littérature, nous présentons dans la suite la simulation du refroidissement de composants électroniques d'un alterno-démarrreur par un caloduc plat. Les réponses en température, pression et liquide du caloduc au cours d'une phase de démarrage, sont déterminées par le modèle

3.5.2. Comparaison du modèle thermo-hydrodynamique aux autres modèles élaborés

On compare ici les performances du caloduc calculées par le modèle thermo-hydraulique transitoire aux précédents modèles. Le caloduc étudié est similaire à celui considéré pour les autres modèles. Le maillage utilisé pour le calcul est à pas variable suivant les axes x et y , Figure 3- 40, l'abscisse y représentant la direction suivant la profondeur du caloduc. Suivant la direction z (suivant l'épaisseur) le maillage est à pas fixe $dz = 0,25$ mm.

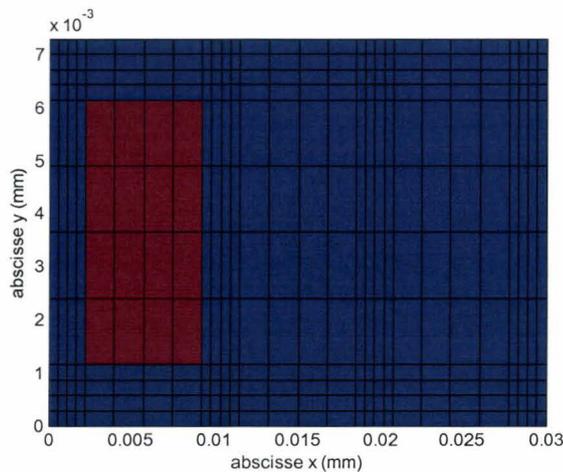


Figure 3- 40. Maillage à pas variable utilisé pour le calcul pour la comparaison des modèles, chaque petit rectangle caractérise le pas de maillage

Le profil de puissance thermique imposé correspond à celui du cycle de « démarrage difficile », Figure 3- 19. La Figure 3- 41 illustre la confrontation de la réponse déterminée par le modèle thermo-hydrodynamique aux autres modèles. La température représente ici la température moyenne de la distribution de température à la paroi du caloduc. On note que ce modèle prévoit une réponse du caloduc surestimée par rapport aux trois autres modèles.

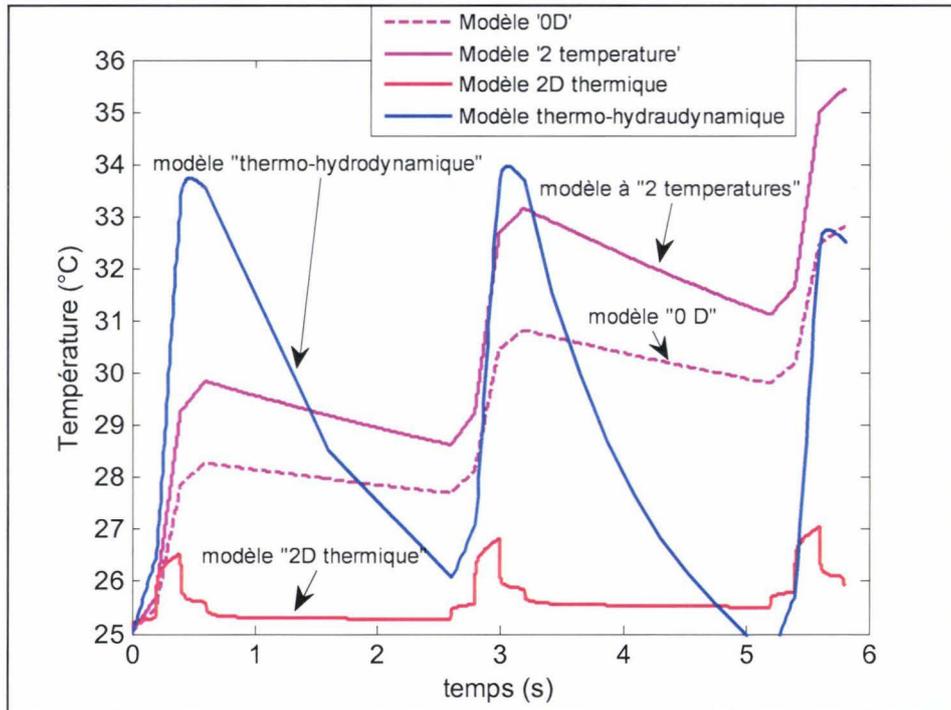


Figure 3- 41. Comparaison des différents modèles basée sur la réponse du caloduc considéré

3.5.3. Application au refroidissement de composants électroniques

On présente ici des résultats de simulations d'une phase de démarrage durant laquelle trois composants électroniques (E_1 , E_2 , E_3), de taille $5 \times 7 \text{ mm}^2$, dissipent chacun la même puissance thermique, Figure 3- 43. Il s'agit d'un caloduc Cu-Eau de dimension $35 \times 23 \times 2,8 \text{ mm}^3$. Les épaisseurs d'enveloppe, de mèche et de vapeur valent respectivement 1 ; 0,2 et 0,4 mm. La configuration géométrique étudiée est présentée sur la Figure 3- 42. Une même structure poreuse (mèche), de caractéristiques connues, tapisse la paroi interne des deux couches d'enveloppe. Les composants électroniques, trois au total, sont placés sur la face supérieure du caloduc et des ailettes (source froide) sont implantées sur la face inférieure.

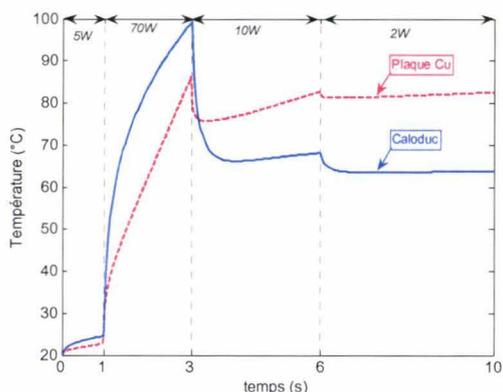


Figure 3- 44. Comparaison de la réponse en température (T_{max}) du caloduc et celle d'une plaque

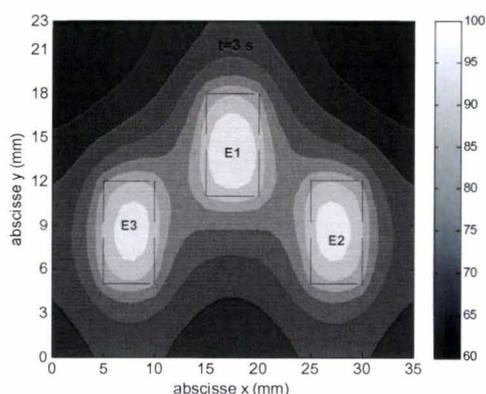


Figure 3- 45. Température de la paroi du caloduc où sont posés les composants, $t = 3s$

Le liquide s'écoule des zones libres (adiabatiques) vers l'emplacement des composants électroniques (Figure 3- 46) où il s'évapore (absorption de masse de liquide). Dans la mèche inférieure, le liquide est pompé du cœur de l'espace liquide vers les extrémités $x=0$ et $x=35$ mm pour ensuite alimenter la mèche supérieure (Figure 3- 46).

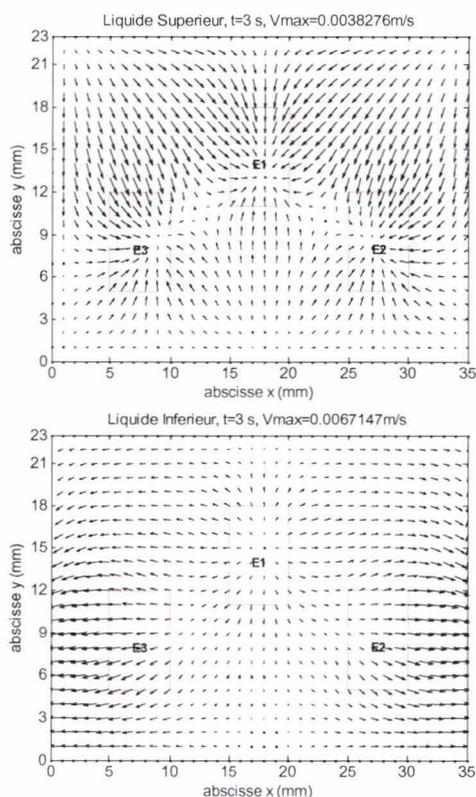


Figure 3- 46. Vitesse (m/s) du liquide à $t=3 s$

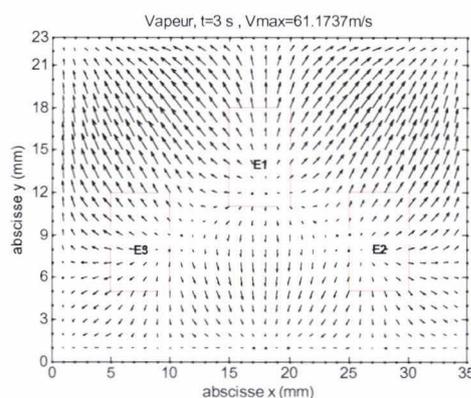


Figure 3- 47. Champ de vitesse (m/s) de la vapeur à $t=3 s$

L'écoulement de la vapeur (Figure 3- 47) s'effectue dans un sens inverse à celui du liquide (génération de masse au niveau des composants). La vitesse maximale de la vapeur est de 61 m/s correspondant à un nombre de Reynolds de 96 (régime laminaire) et un nombre de Mach de 0,05. Le nombre de Mach étant inférieur à l'unité, la limite sonique du caloduc n'est pas atteinte. La répartition de pression dans le liquide (Figure 3- 48) est conforme à la distribution de vitesse. La formation de vapeur au niveau des composants se traduit localement par une surpression par rapport aux zones adiabatiques (Figure 3- 49). La limite capillaire du caloduc n'est pas atteinte car les pertes de charge totales sont $\Delta P = \Delta P_l + \Delta P_v = 2436$ Pa tandis que la pression motrice de la mèche est de $\Delta P = 2513$ Pa (pertes de charge admissibles selon Young-Laplace).

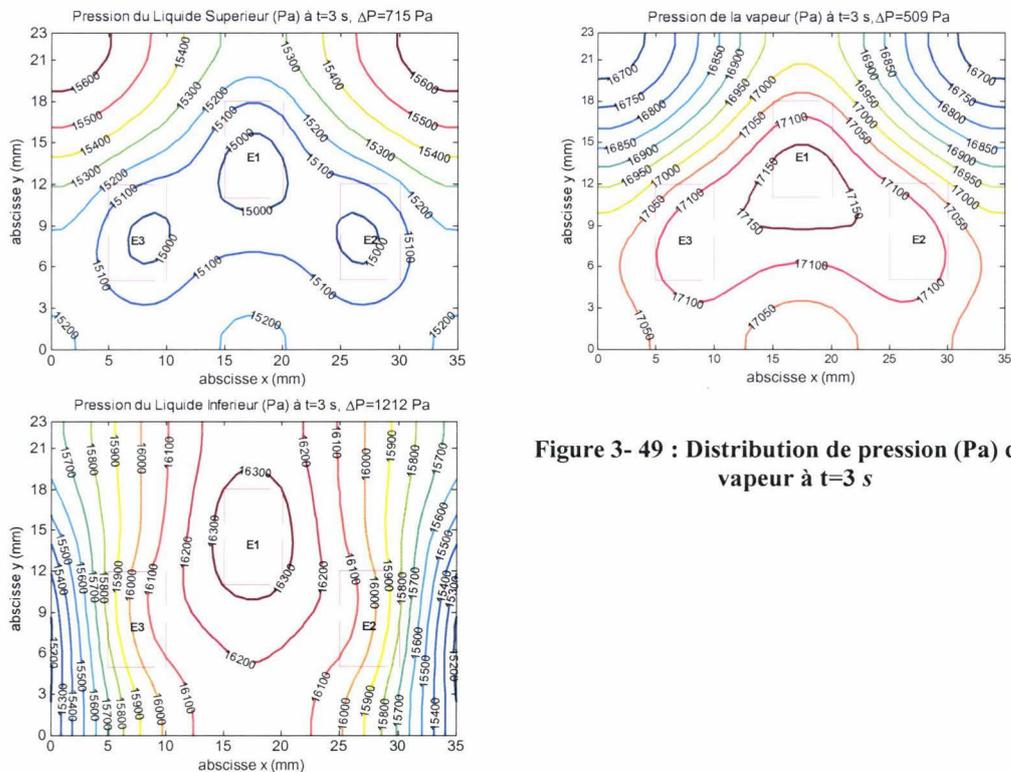


Figure 3- 49 : Distribution de pression (Pa) de la vapeur à t=3 s

Figure 3- 48 : Pression (Pa) du liquide à t=3 s

3.6. Modèle de la microrégion

Pour la résolution du système d'équations formulé par ce modèle, il est indispensable de spécifier les valeurs des cinq variables en début de la zone du film absorbé ($x = 0$), à savoir les données suivantes :

$$\delta_0, \Omega_0, P_{c_0}, \dot{Q}_0, \text{ et } T_{\delta_0}$$

On note que les solutions sont particulièrement sensibles à deux conditions initiales, la dérivée de l'épaisseur Ω_0 et le flux linéique \dot{Q}_0 en début du film absorbé. Pour cela, les valeurs de Ω_0 et \dot{Q}_0 seront posées comme négligeables, mais non toutes nulles. Car les valeurs nulles conduisent dans certains cas à une solution triviale dans laquelle, l'épaisseur du film liquide est constante.

Les résultats présentés ci-après ont été obtenus en considérant que l'eau se comporte comme un fluide non polaire, avec les données suivantes : $T_w = 25^\circ\text{C}$, $T_v = 24,9^\circ\text{C}$, $A = 2.10^{-21}$ J, $p_v = 3,2403.10^{-3}$ Pa., $\Omega_0 = 10^{-5}$ $\dot{Q}_0 = 0$

La Figure 3- 50 ci-dessous présente l'allure de l'épaisseur du film liquide et l'évolution de courbure à l'interface liquide-vapeur le long de l'abscisse adimensionnée de la paroi solide. L'abscisse a été normalisée par rapport à la valeur extrême de l'abscisse curviligne (x_{max}). La variation de la courbure le long de l'axe x permet de distinguer les trois zones de transferts évoquées antérieurement (Figure 2-16). La première région où région du film absorbé (zone où le film liquide est entièrement adsorbé) est caractérisée par une courbure nulle. A la fin de cette zone la pression capillaire commence à diminuer (Figure 3- 51) et cette chute de pression engendre une augmentation très sensible de la courbure à l'interface liquide-vapeur. On est alors dans la deuxième zone ou microrégion. C'est dans cette zone que le mécanisme d'évaporation se développe le plus (Figure 3- 52) car le flux d'évaporation y est maximal. Après la microrégion, la variation de la pression capillaire devient très faible, voir nulle (Figure 3- 51), conduisant à une courbure constante de l'interface liquide-vapeur : c'est la zone dite du « ménisque intrinsèque ». Ici l'évaporation est ralentie par la forme de l'interface et le débit d'évaporation diminue (Figure 3- 52).

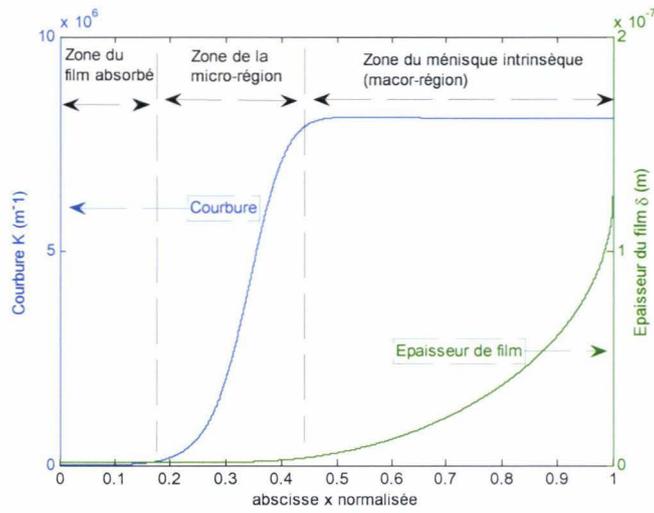


Figure 3- 50. Evolution du film liquide et de la courbure de l'interface liquide-vapeur, $x = x/x_{\max}$, $x_{\max} = 1.8872e-007$ m

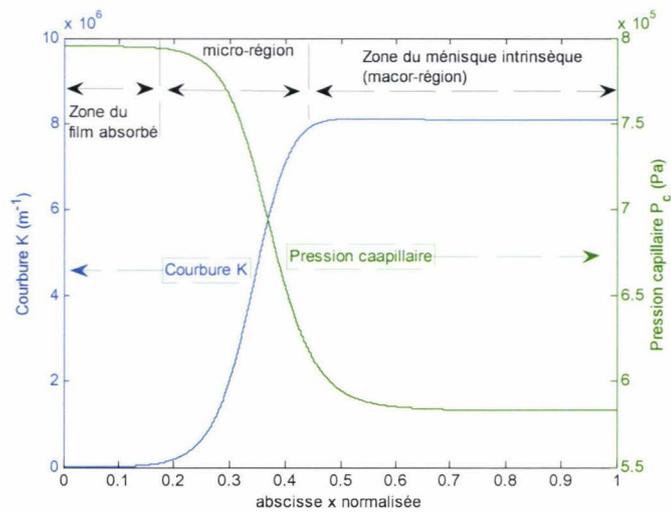


Figure 3- 51. Evolution de la courbure de l'interface et de la pression capillaire P_c ($P_c = p_v - p_l$), $x = x/x_{\max}$, $x_{\max} = 1.8872e-007$ m

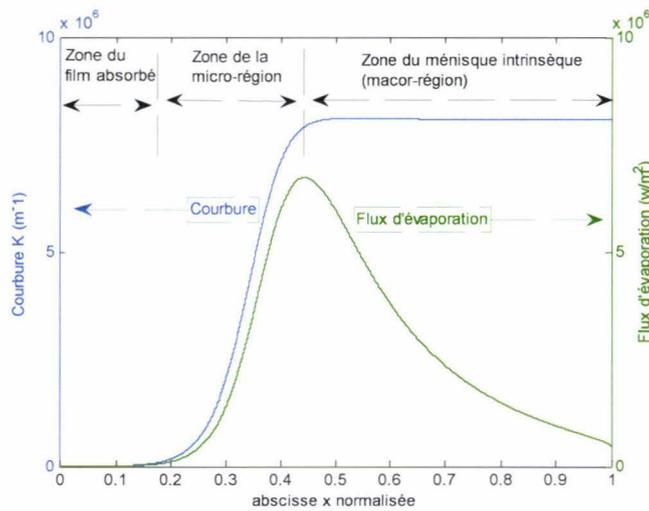


Figure 3- 52. Flux d'évaporation suivant l'abscisse curviligne, $x = x/x_{\max}$, $x_{\max} = 1.8872e-007$ m

Le coefficient d'échange équivalent aux transferts thermiques par conduction au travers du film liquide ($h_{eq} = \frac{\lambda_l}{\delta}$) est gouverné par le processus d'évaporation. L'évolution de ce coefficient est présentée à la Figure 3- 53. Le coefficient d'échange est constant dans la zone du film absorbé car l'épaisseur y est constante. L'augmentation progressive de l'épaisseur du film liquide dans la microrégion engendre une diminution substantielle du coefficient d'échange, Figure 3- 54. Cette diminution se poursuit dans la zone du ménisque intrinsèque du fait du ralentissement de l'évaporation (diminution du flux d'évaporation, Figure 3- 53) et de l'augmentation de l'épaisseur du film liquide, Figure 3- 54. Les transferts par conduction se réduisent alors au fur et à mesure que la température à l'interface est proche de la température de la vapeur (Figure 3- 55), $T_v = 29,9^\circ\text{C}$. Le coefficient de transfert atteint une valeur minimale vers la fin de la zone du ménisque intrinsèque.

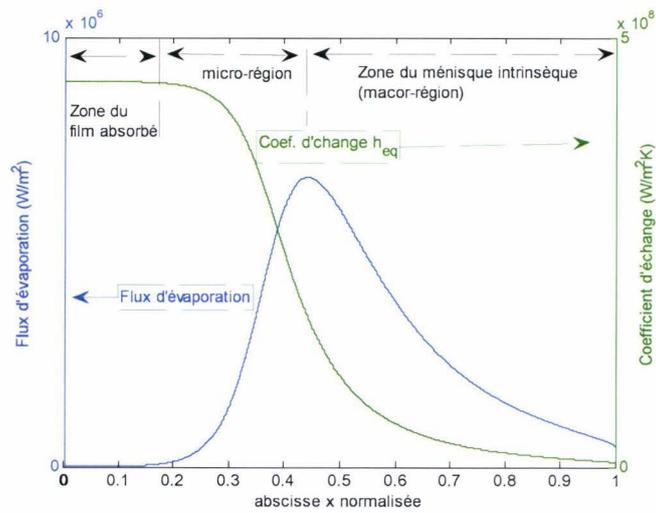


Figure 3- 53. Evolution du coefficient d'échange équivalent le long de l'axe normalisée x , $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007$ m

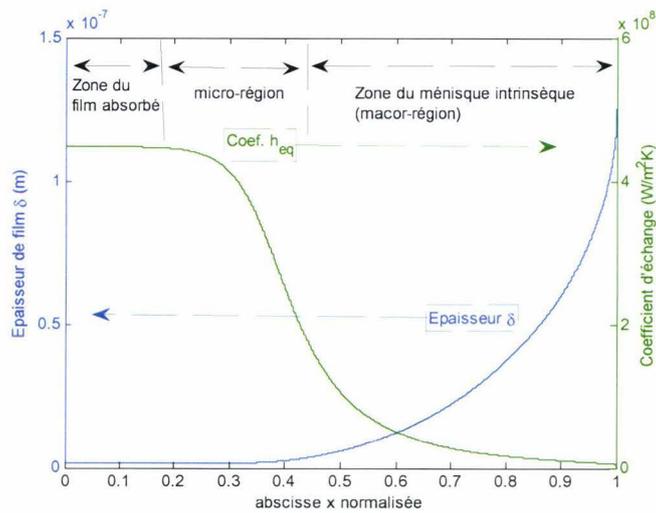


Figure 3- 54. Evolution du coefficient d'échange et celle de l'épaisseur, $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007$ m

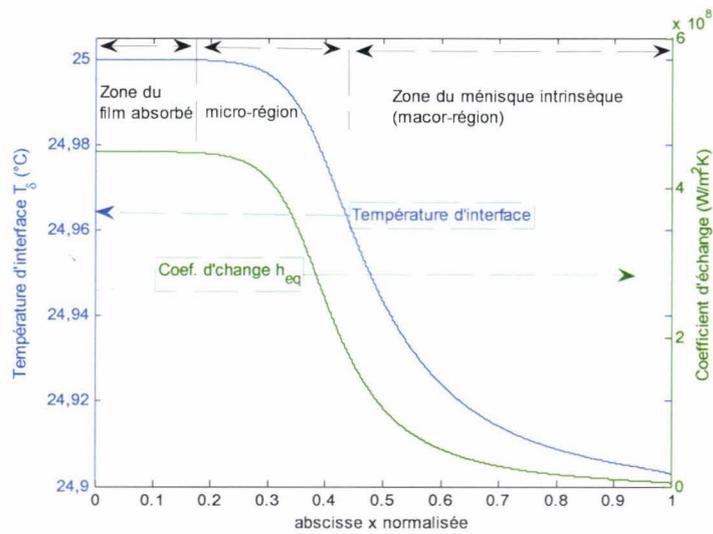


Figure 3- 55. Évolution de la température d'interface et du coefficient d'échange le long de l'abscisse x , $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007$ m

La chute de pression dans la microrégion s'accompagne d'une diminution de la température de l'interface (Figure 3- 56) par rapport à la température T_w de la paroi solide.

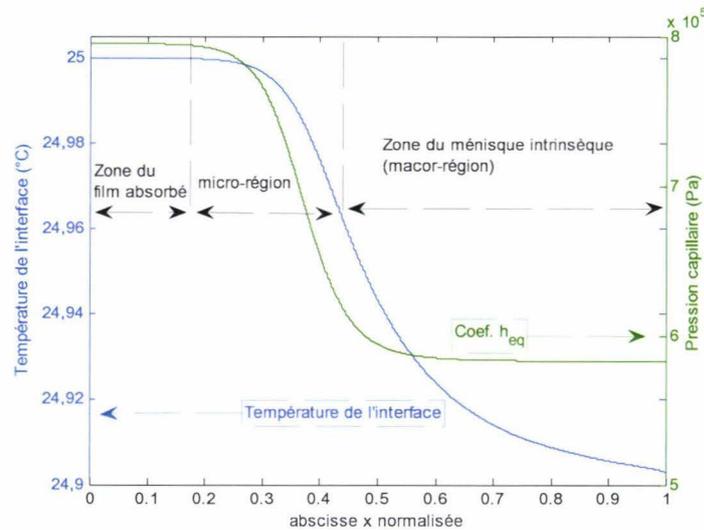


Figure 3- 56. Evolution de la pression capillaire et de la température de l'interface, $x = x/x_{max}$, $x_{max} = 1.8872e-007$ m

3.6.1. Influence des conditions initiales : cas de l'eau non polaire ($P_{adh} = -A\delta^{-3}$)

On analyse ici l'influence des conditions aux limites sur la détermination des caractéristiques du film mince. Les résultats présentés ci-après ont été obtenus en posant les valeurs suivantes :

$T_w = 25^\circ\text{C}$, $T_v = 24,9^\circ\text{C}$, avec l'eau comme fluide, $A = 2.10^{-21}$ J, $a = 1.5787$, $b = 0.0243$, $p_v = 3,2403.10^{-3}$ Pa.

Les figures suivantes (Figure 3- 57, Figure 3- 58, Figure 3- 59) présentent les résultats obtenus en imposant un flux nul ($\dot{Q}_0 = 0$) et quatre valeurs de la dérivée de l'épaisseur Ω_0 . Ces illustrations indiquent une très forte sensibilité de la solution du problème aux conditions aux limites, comme déjà évoqué dans [RoC/2000].

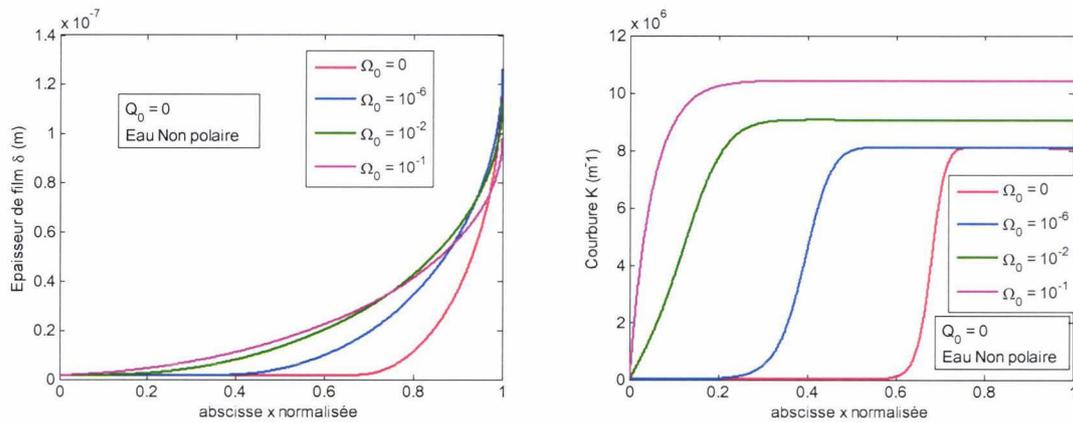


Figure 3- 57. Sensibilité de l'épaisseur du film liquide et de la courbure de l'interface liquide-vapeur à la valeur de la condition aux limites Ω_0

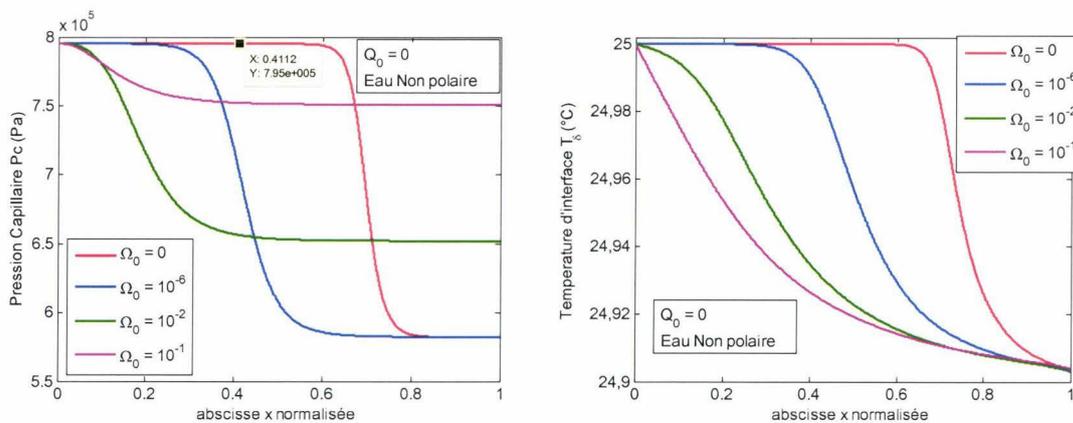


Figure 3- 58. Influence de Ω_0 sur la distribution de la pression capillaire et de la température d'interface liquide-vapeur

Le flux thermique d'évaporation présenté à la Figure 3- 59 ci-après, est exprimé par :

$$q = \overline{m}_{ev} \times hfg = \frac{\lambda_f}{\delta} (T_w - T_\delta). \text{ Le coefficient de transfert équivalent, Figure 3- 59, s'exprime}$$

$$\text{alors par : } h = \frac{\lambda_f}{\delta}.$$

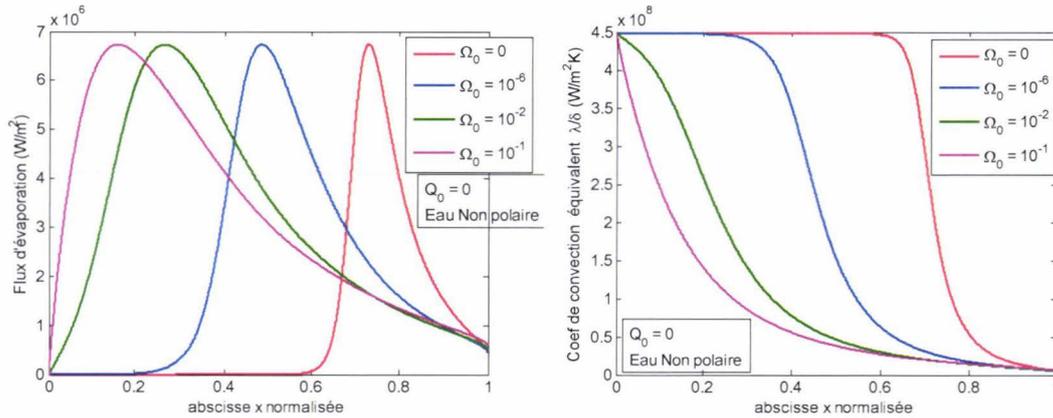


Figure 3- 59. Sensibilité du flux d'évaporation et du coefficient d'échange équivalent à la condition aux limites Ω_0

On note une forte sensibilité de la condition initiale Ω_0 (à $\dot{Q}_0 = 0$) sur l'évolution des différents paramètres du film mince. Ces influences sont bien marquées sur les régions de film absorbé et de macro région mais dans la zone de la microrégion n'est pas influencée (en longueur ou étendu suivant l'abscisse x).

3.6.2. Influence des conditions initiales : cas de l'eau polaire ($P_{adh} = R_g \rho_l T_\delta \ln(a\delta^b)$)

On présente ici les résultats obtenus en imposant un flux nul ($\dot{Q}_0 = 0$) et quatre valeurs de la dérivée de l'épaisseur Ω_0 . Ici lorsqu'on impose $\Omega_0 = 0$, la courbure est constante et les autres variables ont une évolution atypique ; en témoigne la Figure 3- 60. Ces conditions nous paraissent donc 'irréalistes' et à bannir.

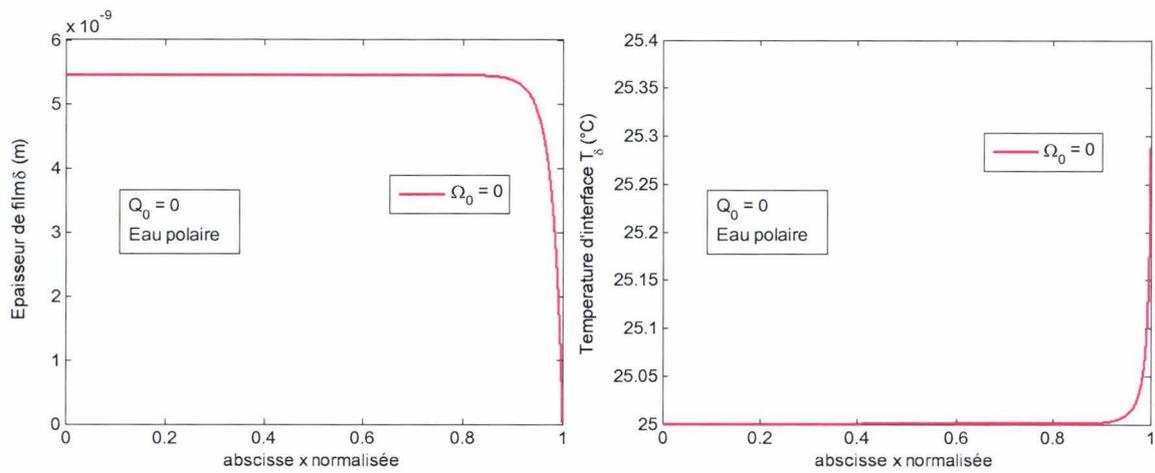


Figure 3- 60. Evolutions atypiques de l'épaisseur et de la température d'interface pour les conditions aux limites $\delta_0 = 0, \Omega_0 = 0$

Les figures suivantes soulignent ici aussi une forte dépendance des résultats à la valeur de la dérivée de l'épaisseur Ω_0 en début de la zone de film mince, Figure 3- 61, Figure 3- 62, Figure 3- 63 et Figure 3- 64.

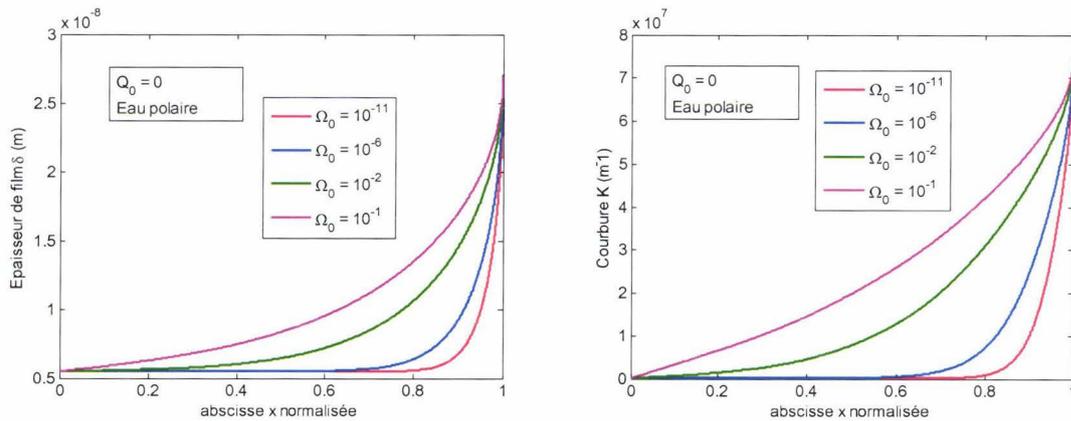


Figure 3- 61. Influence de Ω_0 sur l'évolution de l'épaisseur du film liquide

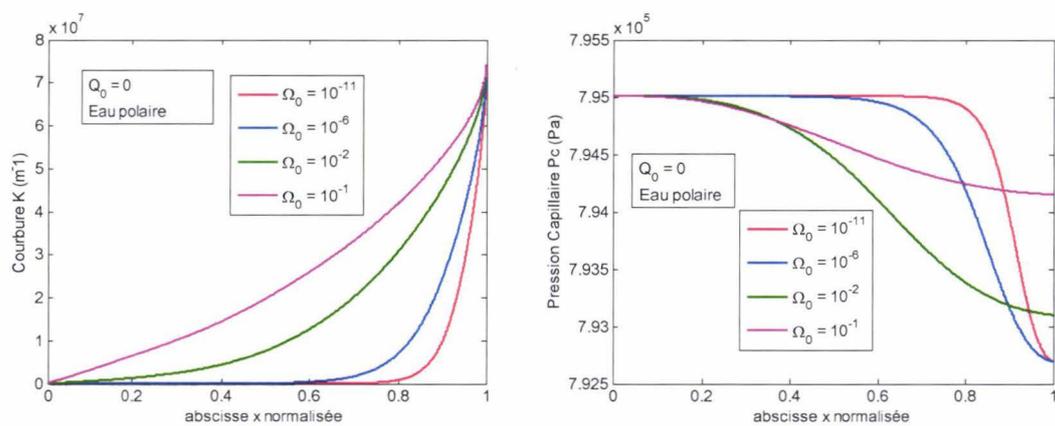


Figure 3- 62. Sensibilité de la courbure et de la pression capillaire à la valeur de la dérivée Ω_0

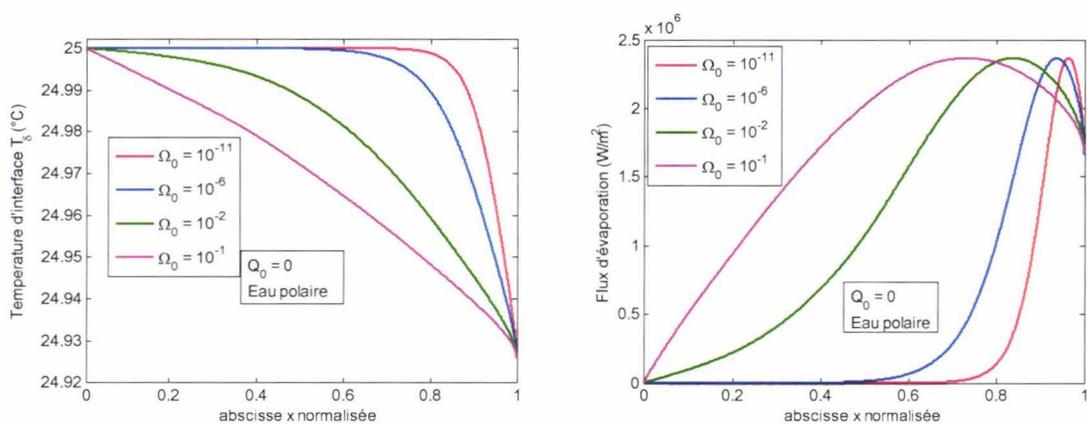


Figure 3- 63. Evolution de la température d'interface et du flux d'évaporation en fonction de la valeur de Ω_0

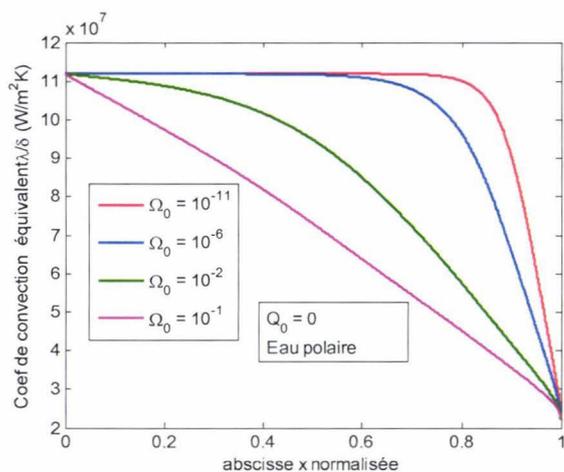


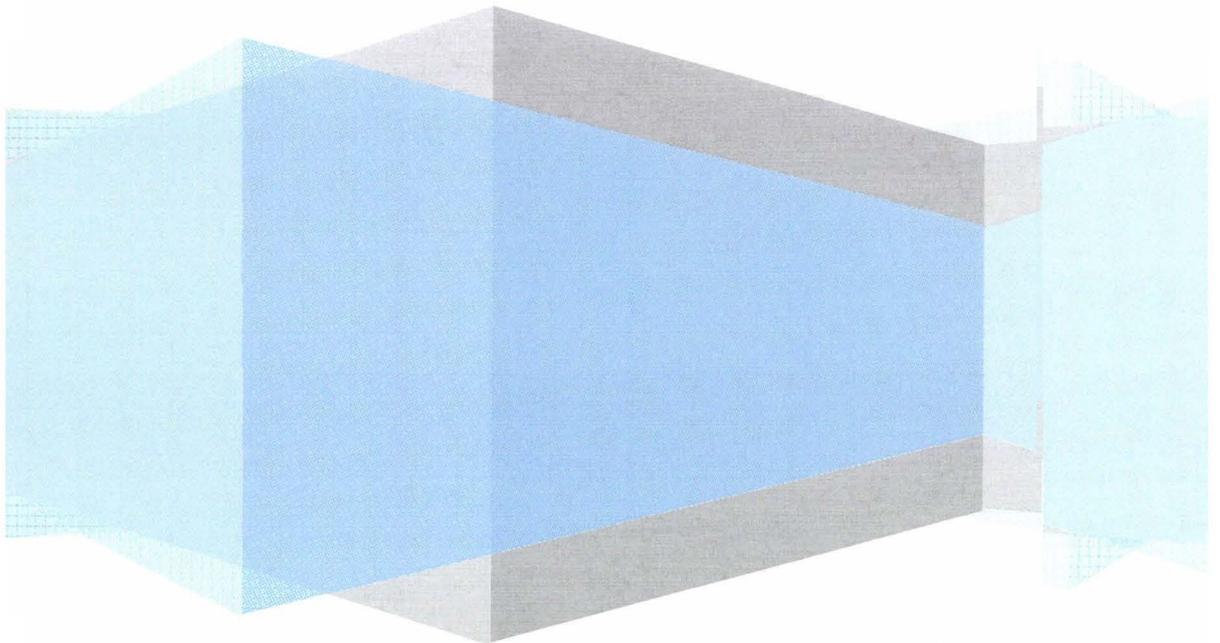
Figure 3- 64. Allure du coefficient de transfert en fonction de la valeur de Ω_0 .

Conclusion

En dépit des écarts constatés de nos résultats par rapport à la bibliographie, il convient de noter que dans une approche globale de dimensionnement, le modèle constitue un premier outil de base permettant d'obtenir approximativement la zone de fonctionnement du caloduc suivant les spécifications et les caractéristiques du caloduc.

Le couplage des transferts thermiques dans l'enveloppe du caloduc aux transferts de masse liés au transport du fluide caloporteur, nous a permis de caractériser et d'analyser le comportement thermique transitoire d'un caloduc plat utilisé pour refroidir l'électronique d'un alterno-démarrreur. Les mécanismes de transport dans le liquide et la vapeur ont été déterminés par un modèle hydrodynamique 2D transitoire, couplé à un modèle thermique 3D transitoire de la conduction thermique dans l'enveloppe. Le modèle prend en compte les effets thermodynamiques du changement de phase liquide-vapeur. Les résultats du modèle en régime permanent sont en bon accord avec la littérature. Une simulation comparée du refroidissement de plusieurs composants électroniques, par caloduc plat et par un barreau plein de masse équivalente, a été réalisée. Les résultats montrent une nette efficacité dissipative du premier dispositif qui assure une meilleure répartition de la chaleur. Les pertes de charges calculées dans les écoulements liquide et vapeur indiquent que la limite capillaire n'est pas atteinte et donc un bon fonctionnement du caloduc pendant le cycle de démarrage.

CONCLUSION GENERALE



Les travaux et actions menés au cours de cette étude ont permis d'élaborer deux approches de modélisation des caloducs. La première approche développée a permis de mettre en œuvre un outil simple de dimensionnement des caloducs. Ce modèle se fonde sur la détermination du domaine optimal du caloduc à partir des différentes limites de fonctionnement. La seconde approche permet de caractériser le comportement et les performances transitoires du caloduc soumis à la charge thermique d'un composant électronique. Ces deux approches permettent de simuler les deux modes de fonctionnement (alternateur et démarreur) de la machine alterno-démarreur.

La validation des modèles élaborés dans ce travail reste à établir et pour cela, une étude expérimentale a été entreprise. Un banc expérimental a été conçu et réalisé au laboratoire avec la collaboration de VES (Valeo Electrical System). Le dispositif expérimental se présente comme suit à la Figure 4- 1. La clé de voûte du montage est la source laser qui permet de chauffer localement et instantanément l'échantillon à tester. La puissance laser ainsi dissipée sert à simuler celle dissipée par l'électronique alterno-démarreur. La source laser choisie est capable de reproduire les profils de puissance similaires au profil de puissance thermique dissipée par l'électronique. Le laser est positionné sur un support mécanique dédié permettant le contrôle et la régulation de la densité de puissance effective reçue par l'échantillon. Un dispositif optique de focalisation permet de guider le faisceau Laser jusqu'à l'échantillon. Il s'agit d'un laser CO₂ Modèle *Synrad Firestar série F-200W* bi-tubes, de classe IV, version « keyswitch » refroidi par eau. Le flux laser produit peut atteindre 200 W selon la commande en tension imposé à la source. La paroi de l'échantillon caloduc est refroidie par air avec des ailettes. Celles-ci sont implantées dans une veine où un ventilateur génère un écoulement d'air stabilisé, parallèle aux ailettes permettant d'assurer leur refroidissement. Pour la métrologie, une caméra Infrarouge (à matrices de détecteurs quantiques) permet de relever à chaque instant la cartographie de température de l'échantillon. Il s'agit d'une caméra infrarouge matricielle CEDIP® Jade III MWIR, permettant des mesures dans la gamme de longueur d'onde 3,6-5,1 μm dans une gamme de fréquence de 50 Hz. Un ordinateur PC, équipé du logiciel ALTAIR® permet de piloter l'acquisition des données. Compte tenu des difficultés techniques de montage et de métrologie rencontrés, nous n'avons pas pu mener à terme l'étude expérimentale à l'issue de la période réglementaire des trois ans d'étude.

Toutefois les premiers résultats expérimentaux obtenus ont permis de relever des problématiques importantes quant au dispositif métrologique. En effet nous avons noté des

interférences de l'émission (faisceau) laser sur les mesures (de température) de la camera IR. Les mesures étant réalisées sur la face avant (paroi chauffée par le laser) de l'échantillon caloduc, on a noté une très forte sensibilité de la camera au champ proche généré par le faisceau laser. La présence de ce champ semble perturber les mesures de la camera. Cette constatation reste à approfondir et à élucider étant donné que dans le cadre de ce travail nous n'avons pas pu réellement réussir à fournir d'explication physique. On sait de fait, que la longueur d'onde de mesure de la camera est largement inférieure à celle du faisceau laser. Ces points d'ombre jettent un doute sur la fiabilité des mesures effectuées et il devient alors délicat de procéder à la validation des modèles sur la base de tels résultats expérimentaux. Les problématiques rencontrées nécessitent donc d'être approfondies à l'avenir en vue de disposer d'une banque de données expérimentales viable pouvant servir à la validation des modèles élaborés ici.

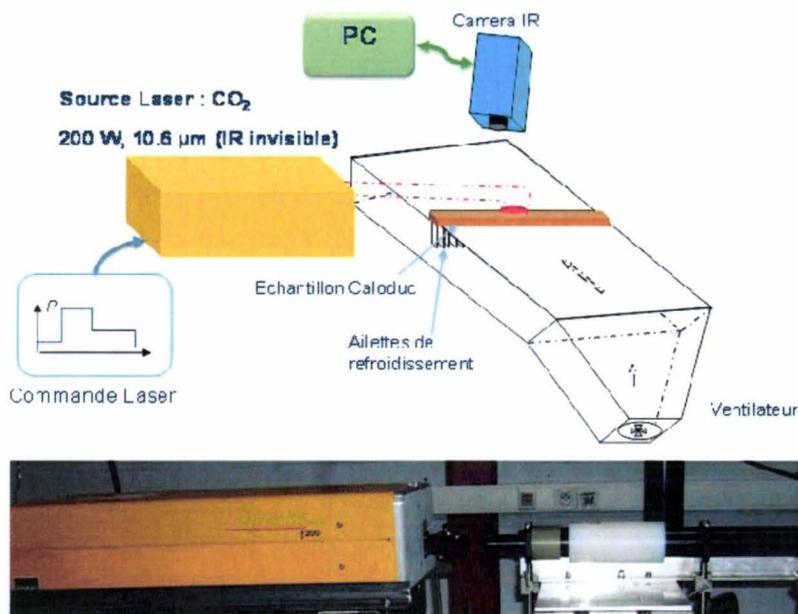


Figure 4- 1. Version de base du dispositif expérimental

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

[Int/1] www.valeo.com

[RoC/2000] **Romestant C.**, Etudes théoriques et expérimentales de caloducs et de thermosiphons soumis à de fortes accélérations, *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 2000.

[LiL/2002] **Lin L., R. Ponnappan, J. Leland**, High performance miniature heat pipe, *International Journal of Heat Mass Transfer* 45 (2002), pp. 3131-3142.

[RoX/2004] **Rolland X.**, Modélisation de micro-diffuseurs diphasiques pour le refroidissement de composants électroniques compacts, *Thèse de doctorat de l'INSA Lyon*, 2004.

[CoT/1984] **Cotter T.P.**, Principles and prospect of micro heat pipes, *5th Int. Heat Pipe Conf.*, Tsukuba, Japon, 1984, May 14-18, vol. 4, pp. 328-334.

[ChH/1992] **Chen H.Z., Croll M., Rosier S.**, Micro heat pipes: experimental investigation and theoretical modelling, *Proc. 8th International Heat Pipe Conference*, Beijing, China, 1992, pp. 396-400.

[PaG/2004] **Pandraud G.**, Étude expérimentale et théorique de microcaloducs en technologies silicium, *Thèse de doctorat de l'INSA Lyon*, 2004

[GrM/1998] **Groll M., M. Schneider, V. Sartre, M.C. Zaghoudi and M. Lallemand**, Thermal control of electronic equipment by heat pipes, *Revue Générale de Thermique*, vol. 37 (1998), pp. 323–352.

[SaV/1996] **Sartre V., Lallemand M.**, Synthèse théorique et bibliographique sur les microcaloducs, Journée SFT-GUT caloducs et boucles diphasiques à pompage capillaire, Paris, France, 1996

- [ZaM/1997] **Zaghoudi M.C., Sartre V., Lallemand M.**, Theoretical investigation of micro heat pipes Performance, *10th Int Heat Pipe Conference*, Stuttgart, Allemagne, 1997.
- [ZhN/1999] **Zhu N., K. Vafai**, Analysis of cylindrical heat pipes incorporating the effects of liquid-vapor coupling and non-Darcian transport—a closed form solution, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, 1999, pp. 3405-3418.
- [VaU/2003] **Vadakkan Unnikrishnan, Jayathi Y. Murthy and Suresh V. Garimella**, Transient analysis of flat heat pipes, *Proceedings of HT2003 ASME Summer Heat transfer Conference*, (July 21-23 2003, Las Vegas, Nevada, USA), HT2003-47349.
- [BrA/1997] **Bricard A., Chaudourne S.**, Généralités sur les caloducs. [B9545], *Technique de l'Ingénieur - traité de Génie énergétique*, 1997.
- [JaL/2005] **Jaroslaw Legierski, Bogusushaw Wieck, Gilbert de Mey**, Measurements and simulations of transient characteristics of heat pipes, *Microelectronics Reliability*, May 2005, pp. 1-7.
- [AkH/1994] **Akachi H.**, Looped meandering capillary heat pipe, 71st JSME spring annual meeting, 1994.
- [YuF/2005] **Yu. F. Maydanik**, Loop heat pipes, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 25, 2005, pp. 635–657.
- [ChS/1987] **Chaudourne S.**, Les échangeurs à caloducs, *GRETH*, Septembre 1987, pp 9-13.
- [FaA/1994] **Faghri A.**, Heat Pipe Science and Technology, *Taylor & Francis*, 1994.
- [KaL/2007] **Kamenova L.**, Modélisation thermo-hydraulique de caloducs miniatures plats à faible épaisseur pour des applications électroniques, Thèse de Doctorat, *INP Grenoble et Université Technique de Sofia*, Nov. 2007.
- [BuC/1973] **Busse C. A.**, *Theory of the ultimate heat transfer limit of cylindrical heat pipes*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 169-186, 1973.
- [RoX/2004] **Rolland Xavier**, Modélisation de micro-diffuseurs diphasiques pour le refroidissement de composants électroniques compacts, *Thèse de doctorat de l'INSA Lyon*, 2004.

- [BrD/2003] **Brian D. Iverson, Suresh V. Garimella**, Heat Pipes for Heat Spreading, *JSME – ASME*, IN 47907-2088, October 13-16, 2003.
- [RiR/2005] **Richard R. Williams, Daniel K. Harris**, The heat transfer limit of step-graded metal felt heat pipe wicks, *Internal Journal of Heat and Mass Transfer* 48, pp. 293-305, 2005.
- [ScD/1996] **Scott D. Garer, PE.**, Thermacore Inc, Heat pipes for electronics cooling applications, *Electronics cooling*, Septembre 1996, Vol.2, No.3
- [BrD/2003] **Brian D. Iverson, Suresh V. Garimella**, Heat Pipes for Heat Spreading, *JSME – ASME*, IN 47907-2088, October 13-16, 2003.
- [SuJ/2003] **Sung Jin Kim, Joung Ki Seo, Kyu Hyung Do**, Analytical and experimental investigation on the operational characteristics and the thermal optimization of miniature heat pipe with a grooved wick structure, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46, 2003, pp. 2051-2063.
- [MaV/2001] **Maziuk V., A. Kulakov, M. Rabetsky, L. Vasiliev, M. Vukovic**, Miniature heat pipe thermal performance prediction tool-software development, *Applied Thermal Engineering* 21, 2001, pp. 559-571.
- [RiS/2002] **Riffat S. B., X. Zhao, P. S. Doherty**, Analytical and numerical simulation of the thermal performance of ‘mini’ gravitational and ‘micro’ gravitational heat pipes, *Applied Thermal Engineering* 22, 2002, pp. 1047-1068.
- [ZJZ/1998] **Z.J. Zuo, A. Faghri**, A network thermodynamic analysis of the heat pipe, *Int. J. Heat Mass Transfer* 41, 1998, pp. 1473-1484.
- [ToJ/1994] **Tournier J.M, M.S. El-Genk**, A heat pipe transient analysis model, *Int. J. Heat Mass transfer* 37, 1994, pp 753-762.
- [HuL/1993] **Huang L., M.S. El-Genk, J.M Tournier**, Transient performance of an inclined water heat pipe with a screen wick, *ASME National Heat Transfer Conference, Atlanta GA, Heat Pipes and Capillary Pumped Loops*, HTD-vol. 236, 1993, pp. 87-92.
- [ElG/1993] **El-Genk, M.S. and Huang, L.**, An experimental investigation of the transient response of a water heat pipe, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1993, 36 (15), pp 3823-3830.

- [ZhN/1998] **ZHU N. and K. VAFAI**, Analytical modelling of the start-up characteristics of asymmetrical flat-plate and disk-shaped heat pipes, *Int. J. Heat Mass Transfer* 41, 1998, pp. 2619-2637.
- [IsK/1996] **Ismail K. A. R. and M. A. Zanardi**, A steady-state model for heat pipes of circular or rectangular cross-sections, *Applied Thermal Engineering* 16 (1996), pp. 753-767.
- [BaC/1971] **Bankston C. A. and H. J. Smith**, Incompressible laminar vapour flow in cylindrical heat pipes, *ASME PAPER*, 17-WA/HT-15 (1971).
- [RoA/1974] **Rohani A. R. and C. L. Tien**, Analysis of the effects of vapour pressure drop on heat pipe performance, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.17, 61-67 (1974).
- [XuY/2004] **Xuan Yimin, Yuping Hong, Qiang Li**, Investigation on behaviours of flate plate heat pipes, *Experimental Thermal and Fluid Science* 28 (2004), pp. 249-255.
- [VaU/2000] **Vadakkan Unnikrishnan, Suresh V. Garimella and Choondal B. Sobhan**, Characterization of the performance of flat heat pipes for electronics cooling, *Proceedings of the 2000 IMECE 2-16-1-1*, November 5-10, 2000, Orlando, Florida
- [SoC/2000] **Sobhan C. B., S. V. Garimella and V. V. Unnikrishnan**, "A Computational Model for the Transient Analysis of Flat Heat Pipes," *Procs. Inter Society Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems - I THERM 2000*, Las Vegas, Nevada, pp. 106-113, May 23-26, 2000.
- [VaU/2004] **Vadakkan Unnikrishnan, Suresh V. Garimella, Jayathi Y. Murthy**, Transport in Flat Heat pipes at High Heat Fluxes From Multiple Discrete Sources, *Journal of Heat Transfer* 26 (June 2004), pp.347-354.
- [ToJ/1998] **Toth Jerome, Robert Dehoff, Kevin Grubb**, Heat pipes: the Silent Way to Manage Desktop Thermal Problems presented at I-THERM Conference Seattle, WA, May 1998.
- [IvML/2005] **Ivanova M.**, Conception et réalisation de fonctions thermiques intégrées dans le substrat de composants électroniques de puissance. Apport de la gestion des flux thermiques par des mini et micro caloducs, Thèse de Doctorat, *INP Grenoble, Laboratoire d'électronique Grenoble*, Sept. 2005.

- [AFa/1994] **A. Faghri** and **C. Harley**, *Transient Lumped Heat Pipes Analysis*, Heat Recovery Systems and CHP, Vol. 14, N^o. 4, pp 351-363, 1994.
- [WaB/1994] **Watel B., S. Harmand, B. Desmet**, *Étude de faisabilité d'un disque de frein équipé d'un caloduc*, Entropie 187 (1994), 25-37.
- [HuX/1996] **Huang X.Y.**, C.Y. Liu, The pressure and velocity fields in the wick structure of a localized heated flat plate heat pipe, *Int. J. Heat Mass Transfer* 39 (6) (1996) 1325–1330.
- [LeF/2006] **F. Lefèvre, M. Lallemand**, Coupled thermal and hydrodynamic models of flat micro heat pipes for the cooling of multiple electronic components, *Int. J. Heat Mass Transfer*, (49) (2006), 1375-1383.
- [BeA/1984] **Bejan A.**, *Convection Heat Transfer*, Wiley, New York, 1984.
- [RoC/2006] **Romestant C., A. Alexandre, Z. Lataoui**, *Evaporation en film mince dans un caloduc rainuré*, La Houille Blanche, N^o5 (Oct.-Nov. 2006), pp. 21-27, DOI: 10.1051/lhb:2006080
- [Int/2] www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/blanquet/conducti/41transi/41transi.htm
- [Int/3] <http://www.mathcurve.com/courbes3d/lignes/courbure.shtml>.
- [WaP/1976] **Wayner, P.C., Jr., Kao, Y.K., LaCroix, L.V.**, *The interline heat transfer coefficient of an evaporating wetting film*, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 487-492, 1976.
- [GuP/2004] **Guillemet P., O. Lottin**, *Modélisation des équilibres liquide–vapeur, application aux mélanges d'huile et de fluides frigorigènes HFC*, *International Journal of Refrigeration*, Volume 27, Issue 2, March 2004, Pages 102-110.
- [AlG/2007] **Ali Grine**, « *Etude Théorique et Expérimentale de la convection forcée sur plaque plane en régime transitoire* », Thèse de Doctorat N^o ordre 0744, Université de Valenciennes, Nov. 2007

ANNEXES

ANNEXES

Annexe 1- 1 : Les fluides caloporteurs, [ChS/1987] [FaA/1994].....	168
Annexe 2- 1. Différentes expressions comparées du flux thermique sonore.....	169
Annexe 2- 2. Résolution analytique du modèle « à deux températures ».....	175
Annexe 2- 3. Solution analytique de la vitesse du film liquide par le modèle de la microrégion	183

Annexe 1- 1 : Les fluides caloporteurs, [ChS/1987 - FaA/1994]

Le tableau ci-dessous présente les principaux fluides caloporteurs utilisés dans les caloducs avec leurs plages de températures d'utilisation préconisées. Les fluides les plus couramment utilisés sont illustrés en gras.

Fluide	Température (°C) de fusion @ 1 bar	Température (°C) d'ébullition @ 1 bar	Plage de Température utile (°C)	Coût de mise en œuvre	Niveau de performances
Hélium	-272	-269	-271 à -269		
Azote	-210	-196	-203 à -160		
Ammoniac	-78	-30	-60 à 70	élevé	Elevé
Fréon 11	-111	24	-40 à 120	faible	Faible
Pentane	-130	28	-20 à 120		
Fréon 113	-35	48	-10 à 100	faible	Faible
Acétone	-95	57	0 à 120	moyen	moyen
Méthanol	-98	64	10 à 130	moyen	moyen
Ethanol	-112	78	0 à 130	moyen	moyen
Heptane	-90	98	0 à 150		
Eau	0	100	30 à 250	moyen	Elevé
Toluène	-95	111	70 à 270	faible	moyen
Dowtherm	12	250	130 à 350	Faible	moyen
Naphtalène	80	218	150 à 430	moyen	moyen
Mercure	-39	357	220 à 600	élevé	Elevé
Césium	29	670	430 à 800	élevé	moyen
Potassium	64	760	500 à 850	élevé	Elevé
Sodium	98	892	550 à 1 100	élevé	très élevé
Lithium	180	1 342	1 000 à 1 700	très élevé	très élevé
Calcium	839	1 489	1 127 à 1 827	-	-
Plomb	327	1 740	1 397 à 1 927	-	-
Argent	960	2 212	1 800 à 2 300	très élevé	très élevé

Annexe 2- 1. Différentes expressions comparées du flux thermique sonique

On présente ici trois corrélations rencontrées dans la littérature et généralement admises pour déterminer la limite sonique des caloducs.

1. Expression de la limite sonique selon **Busse** [BuC/1973]

Pour établir l'expression de la limite sonique, Busse (1973) analyse l'écoulement en régime permanent de la vapeur d'un caloduc cylindrique. Les hypothèses admises sont les suivantes :

- Ecoulement 2D laminaire incompressible et isotherme de la vapeur se comportant comme un gaz parfait : $\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} = R_g T_0$, avec p_0 et T_0 les conditions de référence.

- Les variations de la pression et de la masse volumique dans le sens radiale sont négligeables : $\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0$

- L'écoulement est de type inertiel, c'est-à-dire que les forces d'inertie sont prépondérantes par rapport aux forces visqueuses :

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) \gg \mu_v \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial^2 u_x}{\partial r^2} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right)$$

- La distribution de pression le long du caloduc est obtenue par intégration des équations de Navier-Stokes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \left(u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u_r) + \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{1}{r} (\rho u_r) + \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \\ x = 0, u_x = u_r = 0 \\ x = L, u_x = u_r = 0 \\ r = R_v, u_x = 0 \end{array} \right. \quad \text{Annexe1.Eq- 1}$$

Après intégration (par la technique des moyennes sur chaque section) de ce système d'équations, l'auteur obtient la pression moyenne de la vapeur par :

$$\overline{p_0} - \overline{p}(x) = \overline{\rho(x) u_x^2(x)} \quad \text{Annexe1.Eq- 2}$$

Avec $\overline{p_0}$ la pression de référence de la vapeur (égale à la pression du canal vapeur en début de l'évaporateur).

Le flux de transport dans le canal vapeur est exprimé par :

$$q = \overline{\rho u_x} h_{fg} \quad \text{Annexe1.Eq- 3}$$

La pression étant supposée constante suivant le rayon, la valeur moyenne $\overline{p}(x)$ est égale à la valeur locale $p(x)$. Ainsi l'équation Annexe1.Eq-1 devient :

$$\overline{u_x^2} = \frac{p_0 - p}{\rho} \quad \text{Annexe1.Eq- 4}$$

Avec l'équation des gaz parfait, l'équation précédente se récrit en :

$$\overline{u_x^2} = \frac{p_0}{\rho_0} \frac{p_0 - p}{p} \quad \text{Annexe1.Eq- 5}$$

L'auteur définit ensuite un coefficient A comme étant le rapport du carré de la moyenne de la

vitesse et la moyenne du carré de la vitesse : $A = \frac{\overline{u_x^2}}{(\overline{u_x})^2}$

D'où en reportant cette expression dans l'équation Annexe1.Eq-4, on obtient la vitesse moyenne par :

$$\overline{u_x} = \left(\frac{\overline{u_x^2}}{A} \right)^{1/2} = \frac{1}{A^{1/2}} \left(\frac{p_0}{\rho_0} \frac{p_0 - p}{p} \right)^{1/2} \quad \text{Annexe1.Eq- 6}$$

Le flux thermique transféré devient alors :

$$q = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{1}{A^{1/2}} \left(\frac{p_0}{\rho_0} \frac{p_0 - p}{p} \right)^{1/2} h_{fg} \quad \text{Annexe1.Eq- 7}$$

Après arrangement, on obtient :

$$q = \frac{h_{fg} (\rho_0 p_0)^{1/2}}{A^{1/2}} \left[\frac{p}{p_0} \left(1 - \frac{p}{p_0} \right) \right]^{1/2} \quad \text{Annexe1.Eq- 8}$$

A partir de cette équation, Busse a montré que la limite sonique du caloduc est atteinte lorsque la pression dans la vapeur est telle que le flux de transport est maximal : $\frac{dq}{dp} = 0$

Il a été établi que cette condition est satisfaite lorsque :

$$\left(\frac{p_0}{p}\right)_{sonique} = 2,08 \text{ et } A_{sonique} = 1,11 \quad \text{Annexe1.Eq- 9}$$

En remplaçant ces valeurs dans l'équation Annexe1. Eq-8, le flux correspondant à la limite sonique s'exprime alors par :

$$q_{sonique} = \sqrt{\frac{0,5192}{2,08 \times 1,11}} h_{fg} (\rho_0 p_0)^{1/2} \quad \text{Annexe1.Eq- 10}$$

Finalement la limite sonique selon l'analyse de **Busse** [BuC/1973], est donnée par :

$$q_{sonique} = 0,4742 h_{fg} (\rho_0 p_0)^{1/2} \quad \text{Annexe1.Eq- 11}$$

2. Expression de la limite sonique selon **Faghri** [FaA/1994]

Pour prendre en compte les effets de compressibilité de la vapeur dans l'évaluation de la limite sonique, Faghri (1995) a proposé une formulation, dérivant de celle de Levy (1968), basé sur les principes de conservation de mass, de moment et d'énergie dans le canal vapeur. Dans un volume de contrôle élémentaire, ces principes se traduisent dans une approche 1D par :

$$\begin{cases} S_v \frac{d}{dx} (\rho \bar{u}_x) = \dot{m}_e \\ \frac{dp}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\rho (\bar{u}_x)^2 \right) \\ \rho \bar{u}_x S_v \frac{d}{dx} \left(\hat{h} + \frac{1}{2} (\bar{u}_x)^2 \right) = -\dot{m}_e \left(\frac{1}{2} (\bar{u}_x)^2 - \frac{1}{2} v_\delta^2 + \hat{h} - \hat{h}_g \right) \end{cases} \quad \text{Annexe1.Eq- 12}$$

Avec S_v la section de passage du canal vapeur, \bar{u}_x la vitesse moyenne de la vapeur dans le sens axial (x), \dot{m}_e est le débit masse de formation (génération) de vapeur par unité de longueur de l'évaporateur, \hat{h} est l'enthalpie de la vapeur, \hat{h}_g est l'enthalpie de vapeur

saturante et v_δ est la vitesse normale à l'interface liquide-vapeur et correspondant au débit masse.

Les effets de frottement et de cisaillement sont supposés négligeables (forces de viscosité négligées).

L'état de la vapeur est régi par la loi des gaz parfaits :

$$p = \rho R_g T \Rightarrow dp = R_g T d\rho + \rho R_g dT \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad \text{Annexe1.Eq- 13}$$

Le nombre de mach étant défini par :

$$M_a^2 = \frac{(\overline{u_x})^2}{\gamma R_g T} = \frac{\rho (\overline{u_x})^2}{\gamma p}$$

Par différentiation, on a :

$$dM_a^2 = \frac{\rho}{\gamma p} d(\overline{u_x})^2 + \frac{(\overline{u_x})^2}{\gamma p} d\rho - \frac{\rho (\overline{u_x})^2}{\gamma p} \frac{dp}{p} = M_a^2 \left[\frac{d(\overline{u_x})^2}{(\overline{u_x})^2} + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dp}{p} \right] \quad \text{Annexe1.Eq- 14}$$

En utilisant l'équation différentielle de la loi de gaz parfaits dans l'équation Annexe1.Eq-14, on obtient :

$$\frac{dM_a^2}{M_a^2} = \frac{d(\overline{u_x})^2}{(\overline{u_x})^2} - \frac{dT}{T} \quad \text{Annexe1.Eq- 15}$$

En combinant les équations Annexe1.Eq-12, Annexe1.Eq-13 Annexe1.Eq-15, la répartition du nombre de mach suivant l'axe du caloduc est donné par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dM_a^2}{dx} = M_a^2 \left(\frac{\gamma M_a^2 + 1}{1 - M_a^2} \right) \left[\left(2 + (\gamma - 1) M_a^2 \right) - \frac{(\overline{u_x})^2 - v_\delta^2 + 2(\hat{h} - \hat{h}_g)}{2C_{p_v} T} \right] \frac{\dot{m}_e}{\int \dot{m}_e dx} \quad \text{Annexe1.Eq- 16}$$

Où $\gamma = \frac{C_{p_v}}{C_{v_v}}$ est le rapport des capacités calorifique à volume et pression constante (et d'après

la relation de Mayer, on a $C_{p_v} - C_{v_v} = R_g$).

La capacité de transport (puissance thermique par unité de longueur) le long du caloduc est liée au débit de transport par :

$$\dot{Q} = \dot{m}_e \left(h_{fg} + \frac{v_s^2}{2} \right) \quad \text{Annexe1.Eq- 17}$$

Faghri [FaA/1994] a intégré l'équation différentielle (Annexe1.Eq-15) le long de l'axe x et la puissance maximale correspondant à la limite sonique ($M_a = 1$) est formulée par :

$$q_{sonique} = \frac{Q_{sonique}}{S_v} = \rho_{v,0} h_{fg} \sqrt{\frac{\gamma R_g T_0}{2(\gamma + 1)}} \quad \text{Annexe1.Eq- 18}$$

Où $\rho_{v,0}$ et T_0 sont la densité et la température de la vapeur à l'extrémité de l'évaporateur (sortie évaporateur, début zone adiabatique), servant à définir les conditions de fonctionnement du caloduc.

3. Expression de la limite sonique en écoulement 1D, Romestant [RoC/2000]

En considérant un écoulement monodimensionnel, le flux de transport du caloduc s'exprime en fonction de la vitesse sonique U_s [RoC/2000] par :

$$q_{sonique} = \rho_{v,0} h_{fg} U_s, \quad U_s = \sqrt{\gamma R_g T_0} \quad \text{Annexe1.Eq- 19}$$

C'est une première approximation qui néglige les pertes de charges visqueuses dans l'écoulement de la vapeur.

La figure Fig. Annexe2-1. - 1 présente la comparaison des trois formulations précédentes de la limite sonique.

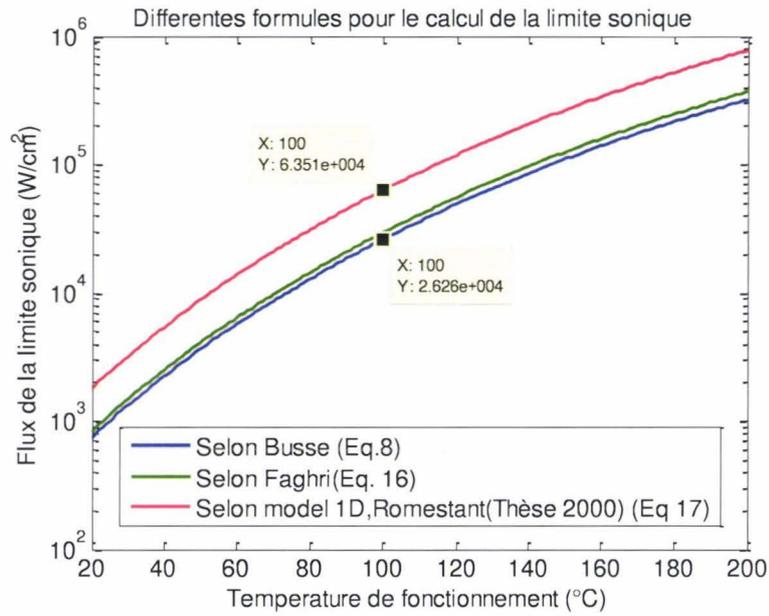


Fig. Annexe2-1. - 1. Comparaison de la limite sonique déterminée à partir des trois formules

Remarque :

Le modèle monodimensionnel (Eq. 17) conduit à des valeurs de limite sonique surestimées par rapport aux formulations de Busse (équation 8) et de Faghri (Eq. 16).

Annexe 2- 2. Résolution analytique du modèle « à deux températures »

Réécriture du système d'équations

Le système à résoudre se réécrit sous la forme matricielle suivante :

$$(S) \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_e \\ T_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_{t,e} & 1/\tau_{t,e} \\ 1/\tau_{t,c} & -(1/\tau_{t,c} + 1/\tau_c) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_e \\ T_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{in}/C_e \\ T_a/\tau_c \end{bmatrix} \quad \text{Annexe2.Eq- 1}$$

La résolution du système (S) revient à résoudre, au sens matriciel, une équation de la forme :

$$(S) \Leftrightarrow \frac{dT}{dt} = AT + B \quad \text{Annexe2.Eq- 2}$$

Avec $T = \begin{bmatrix} T_e \\ T_c \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -1/\tau_{t,e} & 1/\tau_{t,e} \\ 1/\tau_{t,c} & -(1/\tau_{t,c} + 1/\tau_c) \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} Q_{in}/C_e \\ T_a/\tau_c \end{bmatrix}$.

Note : la matrice A est inversible car son déterminant est défini positif : $\det(A) = \frac{1}{\tau_c \tau_{t,e}}$

La solution générale de cette équation différentielle (équation Annexe2.Eq-2) de premier ordre est une combinaison linéaire de la solution transitoire, T_t , et celle, T_∞ , du régime permanent :

$$T = T_t + T_\infty \quad \text{Annexe2.Eq- 3}$$

Recherche de la solution triviale du problème

La solution triviale, T_∞ , est donnée par :

$$(S) \underset{t \rightarrow \infty}{\Leftrightarrow} T_\infty = -A^{-1} \times B \quad \text{Annexe2.Eq- 4}$$

Recherche de la solution transitoire du problème

Pour déterminer la solution transitoire, on adopte une démarche consistant en la diagonalisation de la matrice A en vue d'obtenir une solution analytique du problème. L'existence de cette solution est conditionnée par la 'diagonalisabilité' (le fait que A soit

diagonalisable ou non) de la matrice A . Pour cela il conviendra d'identifier les critères pour lesquelles A est diagonalisable.

L'équation à résoudre, pour le régime transitoire, est donc formulée par :

$$(S) \Rightarrow \frac{dT_t}{dt} = AT_t \quad \text{Annexe2.Eq- 5}$$

Avec $A = \begin{bmatrix} -a & a \\ b & -(a+b) \end{bmatrix}$, $a = 1/\tau_{t,e}$, $b = 1/\tau_{t,c}$, $c = 1/\tau_c$

L'inverse de la matrice A est donnée par : $A^{-1} = \frac{1}{ac} \begin{bmatrix} -(b+c) & -a \\ -b & -a \end{bmatrix}$

Si A est diagonalisable, de matrice diagonale D , cela signifie :
 $\exists P \in E_A \subset \mathfrak{R} / A = PDP^{-1}$. Ainsi l'équation 17 se réduit à :

$$\frac{dT_t}{dt} = (PAP^{-1})T_t \Leftrightarrow \frac{d}{dt}(P^{-1}T_t) = D \times (P^{-1}T_t) \Leftrightarrow \frac{d\bar{T}_t}{dt} = D \times \bar{T}_t \text{ avec } \bar{T}_t = P^{-1}T_t. \quad \text{Annexe2.Eq- 6}$$

Diagonaliser A revient donc à déterminer les matrices P (matrice de passage) et D . La méthode dite du « polynôme caractéristique » est ici mise en oeuvre pour diagonaliser A .

Soit λ les racines du polynôme caractéristique, p , de A . On a :

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I_d) = \begin{vmatrix} -(a+\lambda) & a \\ b & -(b+c+\lambda) \end{vmatrix} = (a+\lambda)(b+c+\lambda) - ab \quad \text{Annexe2.Eq- 7}$$

Or les racines de p sont tel que $\det(A - \lambda I_d) = 0$

D'où on a :

$$p(\lambda) = \lambda^2 + (a+b+c)\lambda + ac = 0 \quad \text{Annexe2.Eq- 8}$$

Posons $\Delta = (a+b+c)^2 - 4ac = (a-c)^2 + b(2a+2c+b)$ le discriminant de cette équation de second degré.

L'analyse de l'existence des solutions de cette équation de second degré permet d'identifier les critères pour lesquelles la matrice A est diagonalisable. On distingue alors les 3 cas suivants :

Cas n°1 : si $\Delta < 0 \Leftrightarrow (a-c)^2 + b(2a+2c+b) < 0$

Dans ce cas les racines (deux au total) du polynômes ne seraient pas réelles mais complexes, et donc p serait non scindé¹⁰ dans \mathfrak{R} . Alors la matrice A ne serait pas diagonalisable dans \mathfrak{R} et donc le problème n'admettrait pas de solution dans \mathfrak{R} .

Ce cas est impossible puisqu'on sait que le discriminant est positif (somme de terme positif). En effet les paramètres a b et c sont tous positifs.

$$\text{Cas n°2 : si } \Delta = 0 \Leftrightarrow 4a^2 + b^2 \Leftrightarrow (a, b, c) = (0, 0, 0) \Rightarrow (\tau_{t,e}, \tau_{t,c}, \tau_c) \rightarrow \infty$$

Dans ce cas le polynôme admettrait une racine (seule valeur propre de A) :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{a+b+c}{2}$$

Si A était diagonalisable dans \mathfrak{R} alors A serait semblable à $\lambda_1 I_d$ à savoir $A \equiv \lambda_1 I_d$. Ce qui n'est pas le cas.

Ce cas n'est pas envisageable puisqu'on sait de plus que physiquement les temps caractéristiques $(\tau_{t,e}, \tau_{t,c}, \tau_c)$ ne sont pas très long (valeur finie).

$$\text{Cas n°3 : si } \Delta > 0 \Leftrightarrow (a-c)^2 + b(2a+2c+b) > 0$$

C'est ce cas qui est plus probable et correspond à la physique du problème modélisé.

Dans ce cas, le polynôme admet deux racines réelles qui sont :

$$\lambda_1 = \frac{-(a+b+c) + \sqrt{\Delta}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{-(a+b+c) - \sqrt{\Delta}}{2}$$

Note : ces deux racines sont négatives. En effet on sait que $\lambda_2 < 0$ et comme $\lambda_1 \times \lambda_2 = 4ac > 0$ alors λ_1 est négative.

Ici A est donc diagonalisable (dans \mathfrak{R}) et sa matrice diagonale associée est donnée par :

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

Annexe2.Eq- 9

Les sous espaces propres associés à A sont obtenus comme suit.

¹⁰ Un polynôme est scindé quand il s'écrit comme un produit de polynôme de degré inférieur ou égal à 1. Par exemple X^2+1 est non scindé dans \mathfrak{R} (même s'il n'est pas irréductible).

Soit $E_A(\lambda_i)$ le sous espace propre engendré par la valeur propre λ_i . Cet espace est engendré par le vecteur propre $X = (x, y)$ tel que $(A - \lambda_i I_d)X = 0$, à savoir :

$$\begin{cases} -(a + \lambda_i)x + ay = 0 \\ bx - (b + c + \lambda_i)y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{a - b + \lambda_i}{b - a + c + \lambda_i} x$$

Un vecteur de base de $E_A(\lambda_i)$ est alors $(b - a + c + \lambda_i, -a + b - \lambda_i)$. On note

$$E_A(\lambda_i) = \begin{Bmatrix} b - a + c + \lambda_i \\ -a + b - \lambda_i \end{Bmatrix}.$$

La matrice de passage P se forme alors par :

$$P = \begin{bmatrix} (b - a + c + \lambda_1) & (b - a + c + \lambda_2) \\ (-a + b - \lambda_1) & (-a + b - \lambda_2) \end{bmatrix} \quad \text{Annexe2.Eq- 10}$$

Note : on vérifie bien que $A = P \times D \times P^{-1}$,

$$\text{avec } P^{-1} = \frac{1}{(2b - 2a + c)\sqrt{\Delta}} \begin{bmatrix} b - a - \lambda_2 & -b + a - c - \lambda_2 \\ -b + a + \lambda_1 & b - a + c + \lambda_1 \end{bmatrix}$$

L'équation du problème transitoire à résoudre devient donc :

$$\frac{d}{dt} \bar{T}_t = D \times \bar{T}_t \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d\bar{T}_{t,e}}{dt} = \lambda_1 \bar{T}_{t,e} \\ \frac{d\bar{T}_{t,c}}{dt} = \lambda_2 \bar{T}_{t,c} \end{cases} \text{ avec } \bar{T}_t = \begin{bmatrix} \bar{T}_{t,e} \\ \bar{T}_{t,c} \end{bmatrix} \quad \text{Annexe2.Eq- 11}$$

D'où on obtient la solution suivante exprimée dans l'espace E_A de A par :

$$\frac{d}{dt} \bar{T}_t = D \times \bar{T}_t \Leftrightarrow \begin{cases} \bar{T}_{t,e} = \bar{T}_{t,e}(t_0) \exp[\lambda_1(t - t_0)] \\ \bar{T}_{t,c} = \bar{T}_{t,c}(t_0) \exp[\lambda_2(t - t_0)] \end{cases} \quad \text{Annexe2.Eq- 12}$$

La projection de cette solution dans l'espace réel (espace initial), par le biais de la matrice de passage P, permet d'obtenir la solution en régime transitoire :

$$\bar{T}_t = P^{-1} \times T_t \Leftrightarrow T_t = P \times \bar{T}_t$$

Et donc :

$$\begin{bmatrix} T_{t,e} \\ T_{t,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (b-a+c+\lambda_1)\exp[\lambda_1(t-t_0)] & (b-a+c+\lambda_2)\exp[\lambda_2(t-t_0)] \\ (-a+b-\lambda_1)\exp[\lambda_1(t-t_0)] & (-a+b-\lambda_2)\exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{T}_{t,e}(t_0) \\ \bar{T}_{t,c}(t_0) \end{bmatrix}$$

Annexe2.Eq- 13

L'expression de la solution triviale (équation Annexe2.Eq- 4) se réécrit en :

$$T_\infty = -A^{-1} \times B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} T_{\infty,e} \\ T_{\infty,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \\ \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \end{bmatrix}$$

Annexe2.Eq- 14

Expression de la solution complète du problème

La combinaison linéaire des deux solutions obtenues précédemment (solution triviale et transitoire) conduit alors à la solution finale du problème, traduite par :

$$\begin{bmatrix} T_{t,e} \\ T_{t,c} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} (b-a+c+\lambda_1)\exp[\lambda_1(t-t_0)] & (b-a+c+\lambda_2)\exp[\lambda_2(t-t_0)] \\ (-a+b-\lambda_1)\exp[\lambda_1(t-t_0)] & (-a+b-\lambda_2)\exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{T}_{t,e}(t_0) \\ \bar{T}_{t,c}(t_0) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \\ \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \end{bmatrix} \end{array} \right\}$$

Annexe2.Eq- 15

Les conditions initiales ($t=t_0$) du problème se traduisent par :

$$\begin{bmatrix} T_e \\ T_c \end{bmatrix}_{t=t_0} = \begin{bmatrix} T_e^0 \\ T_c^0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} (b-a+c+\lambda_1) & (b-a+c+\lambda_2) \\ (-a+b-\lambda_1) & (-a+b-\lambda_2) \end{bmatrix}}_{=P} \times \begin{bmatrix} \bar{T}_{t,e}(t_0) \\ \bar{T}_{t,c}(t_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \\ \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \end{bmatrix}$$

Annexe2.Eq- 16

D'où on tire que :

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{t,e}(t_0) \\ \bar{T}_{t,c}(t_0) \end{bmatrix} = P^{-1} \times \begin{bmatrix} (T_e^0 - T_a) - \left(\frac{b+c}{ac}\right) \frac{Q_{in}}{C_e} \\ (T_c^0 - T_a) - \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \end{bmatrix}$$

Annexe2.Eq- 17

Pour rappel, l'inverse de la matrice P est donnée par :

$$P^{-1} = \frac{1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \begin{bmatrix} b-a-\lambda_2 & -b+a-c-\lambda_2 \\ -b+a+\lambda_1 & b-a+c+\lambda_1 \end{bmatrix}$$

Après substitution de l'expression de P^{-1} dans l'équation Annexe2.Eq-17, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{t,e}(t_0) \\ \bar{T}_{t,c}(t_0) \end{bmatrix} = \frac{1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \begin{bmatrix} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ -(\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] - (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{bmatrix}$$

Annexe2.Eq- 18

En remplaçant l'expression ainsi obtenue (équation Annexe2.Eq-18) dans l'équation Annexe2.Eq-16, la solution finale du problème s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} T_{t,e} \\ T_{t,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \\ \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} + T_a \end{bmatrix} + \frac{1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \times \left\{ \begin{bmatrix} (b-a+c+\lambda_1)\exp[\lambda_1(t-t_0)] & (b-a+c+\lambda_2)\exp[\lambda_2(t-t_0)] \\ (-a+b-\lambda_1)\exp[\lambda_1(t-t_0)] & (-a+b-\lambda_2)\exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ -(\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] - (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{bmatrix} \right\}$$

Annexe2.Eq- 19

Après arrangement, on a finalement l'expression analytique de la solution complète du problème par :

$$T_e(t) = T_a + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} + \frac{1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \times \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (b-a+c+\lambda_1) \exp[\lambda_1(t-t_0)] \\ - \left[\begin{array}{l} (\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (b-a+c+\lambda_2) \exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{array} \right\}$$

$$T_c(t) = T_a + \left(\frac{b}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} + \frac{1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \times \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (-a+b-\lambda_1) \exp[\lambda_1(t-t_0)] \\ - \left[\begin{array}{l} (\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] (-a+b-\lambda_2) \exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{array} \right\}$$

Annexe2.Eq- 20

La différence de température entre l'évaporateur et le condenseur est alors donnée par :

$$T_e - T_c = \left(\frac{c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} + \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (\lambda_2 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_2 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] \frac{c+2\lambda_1}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \exp[\lambda_1(t-t_0)] \\ - \left[\begin{array}{l} (\lambda_1 + a - b) \left[(T_a - T_e^0) + \left(\frac{b+c}{ac} \right) \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \\ + (\lambda_1 + c - a + b) \left[(T_a - T_c^0) + \frac{b}{ac} \frac{Q_{in}}{C_e} \right] \end{array} \right] \frac{c+2\lambda_2}{(2b-2a+c)\sqrt{\Delta}} \exp[\lambda_2(t-t_0)] \end{array} \right\}$$

Annexe2.Eq- 21

On vérifie bien qu'à l'instant initial, les conditions initiales sont bien transcrites par le solution du problème :

$$T_{t,e}(t_0) = T_a + \frac{Q_{in}}{C_e} \left\{ \begin{array}{l} \frac{b+c}{ac} + \frac{(b-a+c+\lambda_1) \left[(\lambda_2+a-b) \left(\frac{b+c}{ac} \right) + (\lambda_2+c-a+b) \frac{b}{ac} \right]}{(2b-2a+c) \sqrt{(a-c)^2 + b(2a+2c+b)}} \\ - \frac{(b-a+c+\lambda_2) \left[(\lambda_1+a-b) \left(\frac{b+c}{ac} \right) + (\lambda_1+c-a+b) \frac{b}{ac} \right]}{(2b-2a+c) \sqrt{(a-c)^2 + b(2a+2c+b)}} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow T_{t,e}(t_0) = T_a$$

Annexe2.Eq- 22

De même on vérifie que :

$$T_{t,c}(t_0) = T_a$$

Annexe2.Eq- 23

Annexe 2- 3. Solution analytique de la vitesse du film liquide par le modèle de la microrégion

Le système à résoudre

Le champ de vitesse du liquide est régi par le système d'équations :

$$(S) \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\nu_l} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx}, \nu_l = \frac{\mu_l}{\rho_l} \\ u(0,t) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 \\ u(y,0) = 0 \end{cases} \quad \text{Annexe3.Eq- 1}$$

Cette équation aux dérivées partielles n'étant pas homogène, on utilise la superposition des solutions (du fait de la linéarité de l'équation) en cherchant la solution complète sous la forme :

$$u(y,t) = u_\infty(y) - u_t(y,t) \quad \text{Annexe3.Eq- 2}$$

Où

$u_\infty(y)$ est le champ de vitesse final (en régime permanent) indépendante du temps, c'est la solution particulière du problème définie par :

$$(S) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} (S_\infty) \begin{cases} \frac{d^2 u_\infty}{dy^2} = \frac{1}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \\ u_\infty(0) = 0, \quad \left. \frac{du_\infty}{dy} \right|_{y=\delta} = 0 \end{cases} \quad \text{Annexe3.Eq- 3}$$

$u_t(y,t)$ est la solution transitoire du système homogène donné par :

$$(S) \Rightarrow (S_t) \begin{cases} \frac{\partial^2 u_t}{\partial y^2} - \frac{1}{\nu_l} \frac{\partial u_t}{\partial t} = 0 \\ u_t(0,t) = 0, \quad \left. \frac{\partial u_t}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 \\ u_t(y,0) = u_\infty(y) \end{cases} \quad \text{Annexe3.Eq- 4}$$

L'expression analytique de la solution triviale : u_∞

La vitesse en régime permanent est régi par :

$$(S_{\infty}) \Rightarrow \frac{d^2 u_{\infty}}{dy^2} = \frac{1}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \quad \text{Annexe3.Eq- 5}$$

D'où on a après intégration : $u_{\infty} = \frac{1}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \frac{y^2}{2} + ay + b$, avec a et b les constantes d'intégration déterminées par les conditions aux limites :

$$u_{\infty}(0) \Rightarrow b = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{du_{\infty}}{dy} \right|_{y=\delta} = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \delta$$

L'expression de la solution particulière est finalement donnée par :

$$(S_{\infty}) \Rightarrow u_{\infty} = \frac{\delta^2}{2\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 2 \frac{y}{\delta} \right] \quad \text{Annexe3.Eq- 6}$$

Expression analytique de la solution transitoire : u_t

La méthode de résolution du système d'équation régissant le régime transitoire peut se résumer en deux étapes. La première étape consiste en la recherche d'une solution de base du système à l'aide de la méthode de séparation des variables. Le système d'équation étant totalement linéaire, on détermine par la suite la solution complète comme étant une combinaison linéaire des solutions de base précédemment obtenues.

1^{ère} Etape : solution de base

En suivant la méthode de séparation des variables, on peut décomposer u_t comme étant le produit de deux fonctions f et g tel que :

$$u_t \equiv f(y)g(t)$$

En remplaçant cette expression dans l'équation 7, on obtient :

$$(S_t) \Rightarrow g \frac{d^2 f}{dy^2} - \frac{1}{v_l} f \frac{dg}{dt} = 0 \quad \text{Annexe3.Eq- 7}$$

D'où après arrangement on obtient :

$$\frac{f''(y)}{f(y)} = \frac{1}{v_l} \frac{g'(t)}{g(t)} \quad \text{Annexe3.Eq- 8}$$

On remarque que dans cette équation, le terme du membre de gauche, $\frac{f''}{f}$, ne dépend que de y alors que le terme du membre de droite, $\frac{1}{v_l} \frac{g'}{g}$, ne dépend que de t . Alors cette égalité traduit le fait que ces deux termes sont semblables à une constante. Soit $-\alpha^2$ cette constante définit donc par :

$$\frac{f''(y)}{f(y)} = \frac{1}{v_l} \frac{g'(t)}{g(t)} = -\alpha^2 \quad \text{Annexe3.Eq- 9}$$

Le choix du signe devant α^2 est imposé par le fait que u_t (et donc g) doit rester fini quelque soit la valeur de t , [\[Int/2\]](#).

De l'équation Annex3.Eq-9, on déduit le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} f'' + \alpha^2 f = 0 \\ g' + \alpha^2 v_l g = 0 \end{cases} \quad \text{Annexe3.Eq- 10}$$

D'où après intégration on obtient :

$$\begin{cases} f = C_1 \sin(\alpha y) + C_2 \cos(\alpha y) \\ g = C_3 \exp(-\alpha^2 v_l t) \end{cases} \quad \text{Annexe3.Eq- 11}$$

Les conditions aux limites servent à définir les constantes d'intégration de f :

$$\begin{aligned} u_t(0, t) = 0 &\Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0 \\ \left. \frac{\partial u_t}{\partial y} \right|_{y=\delta} = 0 &\Rightarrow \alpha C_1 \cos(\alpha \delta) = 0 \Rightarrow \cos(\alpha \delta) = 0 \end{aligned} \quad \text{Annexe3.Eq- 12}$$

Avec la dernière condition aux limites on a :

$$\cos(\alpha \delta) = 0 \Rightarrow \alpha_k = \frac{\pi}{\delta} \left(\frac{1}{2} + k \right), \quad k = 0 : N \in \mathbb{N} \quad \text{Annexe3.Eq- 13}$$

Ainsi la solution de base, u_t , est donnée par :

$$u_t \equiv C_1 C_3 \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \frac{y}{\delta} \right] \exp \left[-v_l \left(\frac{\pi}{\delta} \left(\frac{1}{2} + k \right) \right)^2 t \right] \quad \text{Annexe3.Eq- 14}$$

2^{ème} Etape

Le système d'équations étant linéaire, on cherche une solution sous la forme d'une combinaison linéaire des solutions de base :

$$u_t \equiv \sum_{k \in \mathbb{N}} C_1 C_3 \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \frac{y}{\delta} \right] \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\pi}{\delta} \left(\frac{1}{2} + k \right) \right)^2 t \right] \quad \text{Annexe3.Eq- 15}$$

Cette équation se réécrit en :

$$u_t(y, t) = \sum_{k \in \mathbb{N}} E_k \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \frac{y}{\delta} \right] \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\pi}{\delta} \left(\frac{1}{2} + k \right) \right)^2 t \right] \quad \text{Annexe3.Eq- 16}$$

Où les E_k sont une serie de constantes déterminées à l'aide de la condition initiale et du procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt comme suit.

La condition initiale est traduite par :

$$u_t(y, 0) = u_\infty(y) \Rightarrow u_\infty(y) = \sum_{k \in \mathbb{N}} E_k \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \frac{y}{\delta} \right] \quad \text{Annexe3.Eq- 17}$$

Or on sait que les $e_k = \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \frac{y}{\delta} \right]$ sont une famille orthogonale qui engendre l'espace vectoriel E dont $u_\infty(y)$ est un vecteur. Alors $u_\infty(y)$ s'exprime comme une combinaison linéaire de la base (famille orthogonale) à l'aide du produit scalaire définit par :

$$\langle X, Y \rangle = \int_0^\delta XY dy \quad \text{Annexe3.Eq- 18}$$

En suivant le procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt on peut écrire :

$$u_\infty(y) = \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{\langle u_\infty, e_k \rangle}{\langle e_k, e_k \rangle} e_k \quad \text{Annexe3.Eq- 19}$$

Après identification, on a :

$$E_k = \frac{\langle u_\infty, e_k \rangle}{\langle e_k, e_k \rangle} = \frac{\int_0^\delta u_\infty(y) \sin \left[\pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \frac{y}{\delta} \right] dy}{\int_0^\delta \sin^2 \left[\pi \left(\frac{1}{2} + k \right) \frac{y}{\delta} \right] dy} \quad \text{Annexe3.Eq- 20}$$

En utilisant la technique d'intégration par partie on obtient :

$$\int_0^{\delta} \sin^2 \left[\pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \frac{y}{\delta} \right] dy = \frac{\delta}{2}$$

$$\int_0^{\delta} u_{\infty}(y) \sin \left[\pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \frac{y}{\delta} \right] dy = \frac{\delta^2}{2\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \int_0^{\delta} \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 2 \frac{y}{\delta} \right] \sin \left[\pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \frac{y}{\delta} \right] dy =$$

$$\int_0^{\delta} \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 2 \frac{y}{\delta} \right] \sin \left[\pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \frac{y}{\delta} \right] dy = - \frac{2\delta}{\left[\pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \right]^3}$$

D'où on tire :

$$E_k = - \frac{2}{\left[\pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \right]^3} \frac{\delta^2}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx}, k \in \mathbb{N} \quad \text{Annexe3.Eq- 21}$$

Au final, la solution, u_i , correspondant au régime transitoire s'exprime par :

$$u_i(y,t) = - \frac{\delta^2}{\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{2}{\theta_k^3} \sin \left(\theta_k \frac{y}{\delta} \right) \exp \left[-v_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right], \quad \theta_k = \pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \quad \text{Annexe3.Eq- 22}$$

En reportant ces expression dans l'équation Annexe3.Eq-2, on exprime le champ de vitesse total par :

$$u(y,t) = \frac{\delta^2}{2\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \left\{ \left[\left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 2 \frac{y}{\delta} \right] + \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{4}{\theta_k^3} \sin \left(\theta_k \frac{y}{\delta} \right) \exp \left[-v_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] \right\}, \quad \theta_k = \pi \left(\frac{1+k}{2} \right) \quad \text{Annexe3.Eq- 23}$$

Connaissant l'expression de la vitesse, le débit élémentaire de liquide par unité d'envergure s'exprime par :

$$d \dot{m}(x,t) = \int_0^{\delta} \rho_l u(y,t) dy \quad \text{Annexe3.Eq- 24}$$

Sachant que :

$$\int_0^{\delta} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 2 \frac{y}{\delta} = -\frac{2}{3} \delta$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\delta} \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{4}{\theta_k^3} \sin \left(\theta_k \frac{y}{\delta} \right) \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] &= \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{4}{\theta_k^3} \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] \int_0^{\delta} \sin \left(\theta_k \frac{y}{\delta} \right) dy \\ &= \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{4}{\theta_k^3} \frac{\delta}{\theta_k} \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] \end{aligned}$$

Le débit élémentaire dans une section de longueur dx est donné par :

$$\dot{m}(x,t) = -\frac{\rho_l \delta^3}{3\mu_l} \frac{dp_l}{dx} \left\{ 1 - \sum_{k \in \mathbb{N}} \frac{6}{\theta_k^4} \exp \left[-\nu_l \left(\frac{\theta_k}{\delta} \right)^2 t \right] \right\}$$

Annexe3.Eq- 25

Bibliothèque Universitaire de Valenciennes



00900573